Szakdolgozat

Szörényi Sára
matematika – kémia osztatlan tanárszak
2023. Budapest

Eötvös Lóránd Tudományegyetem

Természettudományi kar

Akarsz-e játékosítani mindent, mi számelmélet?

Szörényi Sára

matematika – kémia osztatlan tanárszak

témavezető:

Dr. Szabó Csaba

egyetemi tanár

2023. Budapest

Nyilatkozat

Név: Szörényi Sára

NEPTUN azonosító: I7H3P3

Szakdolgozat címe: Akarsz-e játékosítani mindent, mi számelmélet?

A szakdolgozat szerzőjeként kijelentem, hogy a dolgozatom önálló szellemi alkotásom, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam. A dolgozatban felhasználom a Csehné Szenderák Júliával és Stirling Anna Krisztinával közösen írt TDK dolgozataink egyes részleteit, valamint Szabó Csabával, Zámbó Csillával, Csehné Szenderák Júliával és Stirling Anna Krisztinával közösen írt közleményeinket. Ezeket a dolgozatokat a saját munkáim eredményeit kiemelve mutatom be a szakdolgozatomban.

Budapest, 2023.04.28.

....

Szörényi Sára

Tartalomjegyzék

1. BEVEZETÉS

Dolgozatomban első részében egy egyetemi módszertani kísérletet mutatok be. A kísérletet a 2019/2020-as tanév őszi félévének Algebra és számelmélet 1. kurzusán folytattuk le. A kutatásunk célja a játékosítás hatékonyságának vizsgálata volt egyetemi környezetben. A kurzuson online környezetben zajlott és első féléves osztatlan matematika tanárszakos hallgatók vettek rajta részt. A kísérlet során gyakorlatvezetőként részt vettem a tervezésben, feladatok kitűzésében, óratartásban, javításokban és az online felületek kezelésében. Dolgozatom részeket tartalmaz Csehné Szenderák Júliával megírt A játékosítás hatékonysága az egyetemi oktatásban és A játékosításban rejlő lehetőségek a közoktatásban: miért, mikor, hogyan? című TDK dolgozatokból (2020a; 2020b). Az utóbbi A játékosítás lehetőségei a köznevelésben címen megjelent a Képzés és Gyakorlat nevű folyóiratban (2020). Ezekből elsősorban azokra a részekre koncentrálok szakdolgozatomban, ami az én munkám volt.

Dolgozatom matematikai részében Csehné Szenderák Júliával és Stirling Anna Krisztinával írt Kell-e félnünk a cos15°-tól? Ha igen bizonyítsd, ha nem mutass ellenpéldát! című TDK dolgozatom és Szabó Csabával, Bereczky-Zámbó Csillával, Stirling Anna Krisztinával és Csehné Szenderák Júliával írt Geometric representations of irrational algebraic numbers in Hungarian high school mathematics education című munkánk egy részét mutatom be (2023, 2021). Itt több módszert mutatok a $\cos\frac{2\pi}{5}$ kiszámítására. Ebben eltérő matematikai fogalmakat és eszközöket használó megoldásokat írok le, az elemi geometriát felhasználó módszerektől, egészen a körosztási polinomokat alkalmazó számításokig.

2. A JÁTÉKOSÍTÁS

2.1. A játékosítás története és definíciója

A játékosítás egyik kitalálójának Jane McGonigalt, a világhírű játék designert tartjuk. A 2000-es évek elején több játék designer és játékfejlesztő, köztük Jane McGonigal, elkezdtek azon gondolkodni, hogy hogyan lehetne bevinni a játszás okozta örömet és izgalmat a való életbe (McGonigal, 2011). Ezzel párhuzamosan jelent meg a pszichológiában, az úgynevezett pozitív pszichológia irányzata is. Csíkszentmihályi és Sleigman szerint a pszichológia a 2000-es évekig arra összpontosított, hogy az ember traumáit, sérüléseit meggyógyítsa. A pozitív pszichológia lényege, hogy a traumák helyett a jó tulajdonságaink fejlesztését és a jó élményeket helyezi a kutatások és a terápiák középpontjába. Ezek a jó tulajdonságok és élmények nyújtanak támaszt, amikor az ember élete értelmetlenné és terméketlenné válik, elősegítve a lelki egészségünk megőrzését (Seligman & Csíkszentmihályi, 2000).

A pozitív pszichológiai kutatások, és Csíkszentmihályi Mihálynak – a pozitív pszichológia egyik megalkotójának – a munkái lehetőséget adtak arra, hogy a játék designerek és fejlesztők „megérzését” tudományosan is megalapozzák. A játszás számos előnyét sikerült a kutatásoknak feltérképezni, többek között azt is, hogy csökkentik a kártékony stresszt (Russoniello & O'Brien, 2009; Roy & Ferguson, 2016), növelik a kreativitást (Jackson, és mtsai., 2012) és a produktivitást (Keith, Anderson, Dean, & Gaskin, 2018). A legnagyobb jelentősége a játéknak viszont az, hogy lehetővé teszi az úgynevezett flow-élmény átélését (Csíkszentmihályi, 1985). A flow-élmény az, amikor teljesen elmerülünk egy tevékenységben, és a lehető legboldogabbak és legelégedettebbek vagyunk, mert az óriási erőfeszítéseink úgy érezzük, hogy megtérülnek (Csíkszentmihályi, 1991). Csíkszentmihályi kutatásai szerint a flow-élmény elengedhetetlen az emberi boldogsághoz, de a mindennapi életben nagyon kevésszer éljük meg. Kutatásaiban igyekezte feltérképezni, melyek azok a tevékenységek, amikkel a legkönnyebben átélhetjük a flow-élményt. Beyond boredom and anxiety című könyvében azt írja: „A játékok nyilvánvaló forrásai a flow-élménynek, és játszani maga a legkiválóbb flow-élmény (Csíkszentmihályi, 1985, old.: 36-37).”

Azt az igényt, hogy a játékokat és a játékosságot vissza kell hozni az élet minél több területére, a gamification, azaz a játékosítás elmélete ismerte fel. A kifejezést már a

2000-es évek eleje óta használják, de a pontos definiálása a 2010-es évekig váratott magára. A kifejezés eredete nem teljesen tisztázott. Nick Pelling nevéhez szokás kötni, aki 2002-ben a pénzfelvételt igyekezte „játékjellegűbbé” tenni, és ennek a folyamatnak a „gamification” nevet adta (Dörfler, Macbryde, & Shpakova, 2016).

A játékosításnak több definíciója született a 2010-es évek óta. Szakdolgozatomban Huotari és Hamari definícióját szeretném használni, miszerint: **„A játékosítás az a folyamat, amely egy tevékenységet azáltal javít, hogy játékszerű élmények lehetőségét teremti meg, hogy elősegítse a felhasználó értékalkotását** (Huotari & Hamari, 2017, old.: 25)**”.** A definícióban az értékalkotás bármilyen tevékenységre utalhat, amelyet éppen játékosítani szeretnénk. Mi ezt a játékosítás definíciót szeretnénk alkalmazni. **Az oktatást tehát egy tevékenységnek értelmezzük, aminek a felhasználója a tanuló. Az értékalkotás a tananyag elsajátítása, ezt szeretnénk elősegíteni játékszerű élményekkel.**

2.2. A játékosítás lehetőségei az oktatásban

Fontos megjegyezni, hogy a játékosítás nem egy mindenható eszköz, nem gyógyír minden problémára, és annak sem volna értelme, hogy minden folyamatot játékosítanánk. Ezért mielőtt belefognánk egy folyamat játékosításába, fontos átgondolnunk, hogy mit szeretnénk vele elérni. A játékosítás elkezdésének számos oka lehet, például az, hogy szeretnénk interaktívabbá tenni a tanulási folyamatot, leküzdeni az elköteleződés hiányát, lehetőséget adni a mélyebb gondolkodásra és gyakorlat szerzésre, vagy szeretnénk a viselkedés pozitív irányba befolyásolni. (Kapp, Blair, & Mesch, 2013)

A játékosítás egyik fő célja az elköteleződés megteremtése és növelése. Elköteleződés annak a folyamatnak az irányába, amire a játékosítás irányul. Az elkötelezettség a tanulási környezetben is fontos. Az elkötelezett diákok nem csak a jó teljesítmény olyan formális megvalósulásai érdeklik, mint a jegyek, hanem ténylegesen meg akarják érteni az anyagot, és felakarják azt használni, be akarják építeni a mindennapjaikba (Newmann, 1992). Ők úgy választanak feladatokat, hogy a képességeik határait feszegessék. Az elkötelezett diákok optimisták, kezdeményezők, és jellemzi őket a kíváncsiság és a lelkesedés. A nem elkötelezett diákok passzívan álnak a tanuláshoz, és kerülik a kihívásokat. Gyakran unatkoznak, szoronganak, igyekeznek kivonni magukat a tanulási folyamatokból, és nem tartják be az alapvető szabályokat sem (Skinner &

Belmont, 1993). Az elkötelezettség hiányában a diák akár abba is hagyhatja tanulmányait (Newmann, 1992).

Több kutatás is kimutatta, hogy az iskolai elköteleződés növeli a diákok teljesítményét (Fredericks, Blumenfeld, & Paris, 2004; Chen, 2008). A diákok elköteleződése pedig növelhető tanulási folyamatok játékosításával (Cahyani, 2016). Így a játékosítás jó módszer lehet arra, hogy növeljük a diákok teljesítményét és a tanuláshoz való hozzáállásukat is javítsuk.

2.3. A játékosítás módszerei

Ebben a fejezetben leírom, hogy mik szükségesek a játékosításhoz. Egy játékosított folyamat megtervezése komoly feladat. A játékosításban figyelembe kell venni a játékosítás céljait, a résztvevőket és a felhasználható eszközöket. Ennek a fejezetnek az összefoglalásában segítségemre volt Toldi Zsuzsanna, aki 2007-ben alapította szervezetfejlesztő cégét, aminek az egyik fő profilja a játékosítás [1]. Az Aquilone Training Kft. számos cégnek játékosított folyamatokat, többek közt a Groupama Biztosítónak is.

Ez a fejezet három alfejezetre tagolódik. Az első alfejezetben a játékostípusokról írok, amikre rászabjuk a játékosított folyamatot. toborzásról írunk. A második alfejezetben a játékosításban alkalmazott keretrendszereket mutatom be, amikből általában kiindulunk egy folyamat játékosításakor. Végül azokat az elemeket tekintem át, amik kitöltik a keretrendszert, és ténylegesen játékossá tesznek egy folyamatot.

2.3.1. A Bartle-féle játékos típusok

Richard Bartle részt vett az első online “multiplayer” játék megalkotásában, és azóta is fontos szereplője a játékiparnak. Egyik kutatásában az online játékokat játszókat vizsgálta, és igyekezte őket kategorizálni az érdeklődésük alapján, majd megvizsgálta a típusok interakciót, és azt, hogy a játék befolyásolása hogyan hat a megfigyelt típusokra

Bartle négy típust különböztetett meg, amelyek egy-egy emberben keverednek. A típusokat aszerint határozta meg, hogy cselekedni vagy interakcióba lépni szeretnek inkább, és hogy az őket körülvevő játék világ vagy a többi játékos felé irányul-e az érdeklődésük. Az így megalkotott típusok: teljesítő, gyilkos, felfedező és kapcsolatépítő (Bartle, 2003).

A teljesítő típusba tartozók cselekedni akarnak és a külvilág érdekli őket. A teljesítőket egy játékban a pontgyűjtés és a szintlépés motiválja, a céljuk az, hogy tökéletesen elsajátítsák a játékot és irányítani tudják. Erősen versengők, tudásukkal szeretnének a többiek fölé kerekedni, hangsúlyozva, hogy milyen gyorsan érik el a különböző mérföldköveket (Bartle, 2003). Egy társasjátékban a teljesítők lesznek azok, akik összegyűjtik a legtöbb pénzt, házikót, vagy igyekeznek a leghamarabb beérni a célba. A teljesítők büszkék a kialakított játék stratégiájukra. A közoktatásban értelmezve a típust, olyan viselkedésmintákra gondolhatunk, mint mikor egy ötös dolgozaton is még keresi a további pontokat a tanuló, mindig megírja az összes házifeladatot és szorgalmit, és indul a tanulmányi versenyeken.

A gyilkos típus a teljesítőkkel szemben a cselekedeteit a többi játékos felé irányítja. Az ilyen játékosok célja, hogy „lenyomják" a többi játékost, és büszkék a hírükre és a begyakorlott harctudásukra (Bartle, 2003). Egy társasjátékban például, a gyilkos lenne az, aki direkt kiszúr a többiekkel, és örömmel viszi csődbe a többi Monopolyzót. A gyilkosok szeretik, amikor kockadobással dől el a játék elején, hogy ki kezd. A közoktatásban egy gyilkos típusú ember az, aki a tanulmányi versenyeken nyerni akar, a csoportjában is a legjobb akar lenni, és nem segít másoknak, csak azért, hogy megőrizhesse a fölényét. Viselkedése sokszor lehet negatív a többiek irányába. Akár ki is csúfolhat másokat, ha azok nem szerepelnek olyan jól, mint ő. Bár úgy tűnhet, hogy a gyilkosokkal csak a baj van egy játékban, fontos a szerepük. A gyilkosok izgalmasabbá, intenzívebbé teszik a játékot, nélkülük túl könnyűvé válhat a játék. A gyilkosok a közös ellenségek a többi játékos számára, és bajtársiasságra késztetik a többi játékost

A felfedező típusú játékosok a külvilággal szeretnének interakcióba lépni. Céljuk, hogy feltérképezzék az egész virtuális világot, és megértsék a pontos működését, megismerjék a történetét (Bartle, 2003). Egy társasjátékban a felfedezők azok a játékosok, akik a játék előtt biztosan elolvassák annak háttértörténetét vagy bevezetőjét, a játékban pedig a legszebb városokat építik. A felfedezők szeretik a nyomokat követni, a titkokat megfejteni a játékban. Az közoktatásban az ilyen típusú emberek szeretik az érdekes, elgondolkodtató feladatokat. Ők azok, akik utána néznek az interneten azoknak a dolgoknak, amiket a tanár érdekességként megemlít az órán, örömmel hallgatják a tudománytörténeti meséket, és szeretik azokat a kérdéseket, amelyek nem igényelnek igazán precíz választ, viszont többrétű ismeret szükséges megválaszolásukhoz.

Azok a játékosok, akik a kapcsolatépítő típusba tartoznak, a többi játékossal szeretnének interakcióba lépni. Számukra a játék csak egy lehetősége a társas kapcsolatok létesítésének. Céljuk, hogy megismerjék a többi játékost (Bartle, 2003). Egy társasjáték közben például ők azok, akik már a szabályok ismertetése során is elkezdik a csevegést. Az oktatásban szeretik a páros és csoportmunkákat, szeretnek beszélgetni óra előtt és óra közben a tanárral és a társaikkal. A kapcsolatépítőket érdekli a többiek véleménye, és a tudománytörténet fontos szereplőinek magánéletéhez fűződő történetek is.

2.3.2. A játékos elemek

A játékokban temérdek játékos elemet fedezhetünk fel, amiket lehetetlen volna mind összegyűjteni (Huotari & Hamari, 2017). Ezeket az elemeket használjuk fel akkor, mikor egy folyamatot próbálunk játékosítani. Az alábbiakban azokat az elemeket sorolom föl, amelyeket beépítettünk a játékosított kurzusba. A listát Zichermann és Cunningham Gamification by Design (2011) című könyve alapján és A játékosításban rejlő lehetőségek a közoktatásban: miért, mikor, hogyan? (2020) című TDK dolgozatunk alapján állítottam össze.

- *Pontok (points):* A pontoknak több típusa is létezik: tapasztalati pontok, beváltható pontok, képesség pontok, karma pontok és hírnév pontok. A játékosított kurzusok ezek közül a tapasztalati és a beváltható pontokat használtuk föl.
- *Tapasztalati pontok (experience points):* Ez a pont típus sok játék visszajelzési rendszerének az alapja. A tapasztalati pontokból tudják a játékosok, hogy mennyire haladnak jól a játékban, mennyire ügyesek benne. A játékokban minden tevékenység ér valahány pontot, és a játékosok az alapján tűzik ki a céljaikat, hogy mennyit érnek a tevékenységek (Zichermann & Cunningham, 2011).
- *Beváltható pontok (redeemable points):* Ezek azok a pontok, amelyeket a játékosok felhasználhatnak a játékon belüli vásárlásra. A beváltható pontok általában a játék saját pénznemei, amit elköltve például több időhöz vagy harceszközökhöz juthatunk.
- *Ranglisták (leaderboards):* A ranglisták célja, hogy megmutassák, hogy a teljesítményünk hogyan viszonyul a többi játékoséhoz. A játékokban a ranglisták általában a megszerzett pontok szerint rangsorolják a játékosokat.

- *HEST rendszer (SAPS system):* Azokat az elemeket, amelyekkel jutalmazzák a játékosokat a játékok a HEST rendszer foglalja magába. Elemei:
  - *Státusz (status):* Azt, hogy a többi játékoshoz viszonyítva hol tartunk, mennyire vagyunk jók a játékban a státusz fejezi ki. A státusz típusú jutalmak közül mi a ranglistákra építettünk a kurzus megtervezésekor.
  - *Hozzáférés (access):* A hozzáférés azokat a lehetőségeket jelenti, amikkel csak bizonyos játékosok élhetnek hozzá. Ilyen típusú jutalom az, amikor a weboldalak kuponokat küldenek ki a hírlevelükre feliratkozottaknak.
  - *Erő (power):* Az erő olyan jutalom, ami egy kisebb mennyiségű hatalmat ad a játékosnak a többi játékos felett. Ennek a jutalom típusnak a példája az, amikor a legjobb játékosok moderátoraivá válhatnak a játéknak.
  - *Dolgok (stuff):* A dolgok a tárgyi jutalmak egy játékban.
- *Ajándékozás (gifting, sharing):* Ajándékozásnak nevezzük egy játékban azt a lehetőséget, hogy egy játékos segítheti a másikat a tudásának megosztásával vagy ajándékok küldésével.
- *Felfedezés (exploration):* A felfedezés azokat a dolgokat jelenti a játékban, amelyeket keresni lehet, fel lehet fedezni. Ez egy virtuális világgal rendelkező játékban a különböző területek feltérképezése, és a játék titkos részeinek megismerése.
- *Feloldható tartalom (unlockable content):* A feloldható tartalmak olyan részei a játéknak, amiket csak bizonyos tevékenységek elvégzésével érhetünk el. Ilyen lehet az, amikor megnyílik egy bónusz pálya egy adott szintre érve.
- *Húsvéti tojás (Easter egg):* A húsvéti tojás olyan váratlan eleme egy játéknak, ami vicces vagy szórakoztató a játékos számára.
- *Időzítések (schedules):* Az időzítések azt takarja, hogy a játékos jutalma hogyan függ az időtől. Fajtái:
  - *Véletlenszerű jutalmak (random rewards):* Ezek azok a jutalmak, amikre nem számít a játékos, és így meglepetést és váratlan örömet okoz neki.
  - *Fix jutalmak (fixed reward schedule):* Ezek azok a jutalmak, amit egy adott tevékenység elvégzésekor mindig megkap a játékos.
  - *Időtől függő jutalmak (time dependent rewards):* Ezek olyan jutalmak, amik csak adott idő intervallumokban megszerezhetőek.

- *Játékos felfedezés (social discovery):* A játékos felfedezés, olyan játék folyamatokat jelent, amelyek során a játékosoknak lehetősége van ismerkedni közös jellemzők, például érdeklődés alapján. Ez segíti a játék elkezdését a játékosok számára.
- *Kihívások (challenges):* A kihívások a játékosok tudását és képességeit teszik próbára. A kihívásoktól érzi úgy, hogy jó a játékbeli teljesítménye.
- *Leszámolás a fő gonosszal (boss fight):* A leszámolások a fő gonosszal a játék katartikus kihívásai, amikben minden addig tanult képességünket és tudásunkat próbára tehetjük. Ezek jellemzően a jelei egy utazás, vagy történetszál végének
- *Útmutatás (walkthrough):* Az útmutatás a játék “megoldókulcsa”. Ez annak a részletes leírása vagy videófelvétele, hogy hogyan kell végig csinálni egy-egy szintet vagy pályát.

3. A JÁTÉKOSÍTOTT KURZUS

A 2019/2020-as tanévben a témavezetőmmel, Szabó Csabával és két csoporttársammal Szenderák Júliával és Tóth Rebekával játékosítottuk a tanárszakos hallgatók Algebra és Számelmélet 1. kurzusát.

Az előadásra 72 hallgató jelentkezett. Az előadáshoz kötelező gyakorlat tartozott. Hat gyakorlati csoportot hirdettünk meg, ezekben a hallgatók majdnem egyenletesen oszlottak el. A 72 hallgató közül 50 először vette fel a kurzust, 21-en másodjára, egy hallgató pedig harmadjára. Az előadások hétfőn voltak és 60 percig tartottak. Az előadások látogatása nem kötelező, a gyakorlatoké igen. Az előadásokat online tartottuk a Teams rendszerben. A gyakorlatok 90 percesek voltak, és ezeket szintén a Teamsben tartottuk. A gyakorlatok közül kettőt az előadó, egyet doktorandusz hallgató, hármat pedig felsőéves matematika tanárszakos hallgatók tartottak, köztük én is. A kurzus támogatására, kommunikációra és a feladatok beadására a Canvas felületet használtuk, amit Szenderák Júliával kezeltük.

Az előadás anyaga a tervek szerint az Algebra és számelmélet 1. tantárgy reguláris anyaga volt, amelynek fő elemei: a számelmélet alaptétele, kongruenciák, primitív gyök, számelméleti függvények [2].

A gyakorlatok feladatmegoldó szemináriumok voltak, és mindig az előadás anyagát követték. Offline környezetben ez úgy zajlik, hogy először a hallgatók tehetnek fel kérdéseket az előző egy-két hét feladatairól. Azokat a feladatokat megbeszélik közösen, amivel foglalkoztak a hallgatók, de problémájuk adódott vele és kérdésük merült fel vele kapcsolatban. Ezután a gyakorlatvezető felvezeti a gyakorlatot, elmondja az órai feladatokat. A hallgatók gondolkoznak a feladatokon. Közben a gyakorlatvezető körbejár, figyeli a haladást, kérdéseket tesz fel, segít azoknak, akik elakadnak. Ezt követően közösen megbeszélik a feladatokat, a kész megoldásokat a hallgatók bemutathatják a táblánál.

Online környezetben ez a típusú gyakorlat nem megvalósítható. Két fontos elem is hiányzik belőle. Az egyik a közvetlen kapcsolat a csoport és az oktató között, amibe beleértjük a közvetlen kapcsolatot a hallgató és az oktató között. Hiányzik annak a lehetősége is, hogy az oktató külön-külön követi minden hallgató munkáját. A gyakorlaton továbbra is az előadás anyagához fűződő feladatok szerepeltek. Online kereteken belül is próbáltuk úgy tartani a gyakorlatokat, hogy a hallgatók aktívak tudjanak lenni az órán, megosszák gondolataikat, megoldásaikat. Tudtuk, hogy mindez nem valósítható meg ugyanúgy online környezetben, hiszen a közvetlen kapcsolat, gesztusok hiányoznak, nehézkes a hallgatók nonverbális kommunikációjának észrevétele. Ráadásul az internetes platform nem engedi meg a spontán megnyilvánulásokat, például azért, mert először be kéne kapcsolni a mikrofont vagy a kamerát.

3.1. A kezdetek

A játékosítás megtervezésekor kifejezetten fontosnak találtuk a diákok motiválását és elkötelezettségének növelését. Egyrészt azért, mert az online oktatásban óriási a lemorzsolódás a kezdeti motivációnövekedés ellenére (Herbert, 2006; Heyman, 2010), amit az első éves hallgatók körében kiváltképp csökkenteni akartunk. Másrészt, mert több kutatás is kimutatta, hogy a hallgatók teljesítménye erősen függ az elkötelezettségük mértékétől (Astin, 1984; Fredericks, Blumenfeld, & Paris, 2004; Chen, 2008). A játékosítás motiváló hatását (Lister, 2015; Sailer, Hense, Mayr, & Mandl, 2017; Anisa, Marmanto, & Supriyadi, 2020; Treiblmaier & Putz, 2020) és az elköteleződésre gyakorolt jó hatását (Cahyani, 2016) már több kutatással bizonyították.

Az, hogy a játékosítás lehetőséget ad a mélyebb gondolkodásra és gyakorlat szerzésére (Kapp, Blair, & Mesch, 2013) a távoktatás miatt volt fontos szempont, mert ahhoz, hogy a diákok sikeresek legyenek az egyetemen elengedhetetlen, hogy a megfelelő tanulási kultúrát sajátítsanak el. Ez a fajta „beszokás” az egyetemre, és a növekvő terhekkel való megküzdés kifejezetten nehéz lehet néhány hallgatónak.

A beszokást és a gyakorlat szerzést szerettük volna olyan bizonyítottan hatékony tanulási módszerekkel támogatni, amelyek segítik a tananyag hosszútávú elsajátítását. Hagyományos értelemben ehhez tanulni kell. A tanulás alapelemei az órán való és az órán kívüli tanulás. A hatékonyságot az órán való odafigyeléshez és az otthoni egyedül való tanuláshoz viszonyítjuk (Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan, & Willingham, 2013). A hatékonyabbá tétel tehát azt jelenti, hogy az ugyanolyan mértékű hosszútávú tudás megszerzéséhez kevesebb időt vagy energiát használunk fel, vagy ugyanazzal az energia és idő befektetéssel nagyobb tudásra teszünk szert. Mostantól ebben a dolgozatban a tanuláselméleti és tanuláspszichológiai elemeket tanulási elemeknek nevezzük.

A kurzusra több bizonyítottan hatékony tanulási elemet beépítettünk. Ezek közül a legfontosabbak a teszteléses tanulás, a kumulatív tesztelés és az elosztott tanulás voltak. Ez a három tanulási elem gyakori része a játékosított oktatóprogramoknak.

A teszteléses tanulás a tanulásnak az a formája, amikor az elsajátítandó információt újraolvasás vagy újratanulás helyett aktívan előhívjuk a memóriából. A teszteléses tanulás elnevezés onnan ered, hogy tesztelés révén ellenőrizzük és befolyásoljuk, hogy a tanulni való mekkora részét sikerült a hosszútávú memóriában rögzíteni (Bereczky-Zámbó, Muzsnay Anna, & Szeibert, 2019a; 2019b). Bebizonyították a matematika több területén, hogy hatékonyabb a teszteléses módszer a tananyag elsajátításában, mint a hagyományos tanulási techikák (Bereczky-Zámbó, Muzsnay Anna, & Szeibert, 2019a; 2019b).

A tesztelés egyik fajtája a kumulatív tesztelés. A kumulatív tesztelés során a tanult anyagot többször is számonkérjük, nem csak közvetlenül a tanulási folyamat megkezdése után (Lawrence, 2013). Így a tesztelésekkor egyszerre kérdezzük vissza a frissen és a régebben tanult tananyagokat is (Beagley & Capaldi, 2016). (Több kutatás kimutatta, hogy a rövid és a hosszútávú tudás elsajátítását is jobban elősegíti a kumulatív tesztéles, mint a megszokott tanulási módszerek (Lawrence, 2013; Beagley & Capaldi, 2016; Khanna, Baadura Brack, & Finken, 2013; Lotfolahi & Salehi, 2017). Erősen vitatott, hogy a megszokott számonkérési módszerek, mint a zárthelyi dolgozat és a vizsga, mennyire hatékonyak a tudás elsajátításának szempontjából, mivel ezek nem segítik elő a hosszútávú tudás megszerzését (Bereczky-Zámbó, Muzsnay, & Szeibert, 2019a; 2019b). Ezért mi a zárthelyiket tesztelésre és kumulatív tesztelésre cseréltük, és a vizsga rendszerét is megváltoztattuk. Ezeket a változtatásokat a játékosítás szellemisége is megkívánta volna.

A játékosítás segítségével az egyik leghatékonyabb tanulási elem, az elosztott tanulás, könnyen beépíthető a tanulási folyamatba. Elosztott tanulásnak azt nevezzük, amikor a tanulási folyamat során az tanulók időben elkülönítve többször veszik elő az anyagot, nem pedig egy ültő helyükben tanulják meg azt. Sokféle elmélet született arról, hogy miért hatásos az elosztott tanulás. Az egyik elmélet szerint az újabb tanulási esemény megerősíti a korábbi tanulási esemény által hagyott nyomot. Egy másik elmélet szerint a tanulási események tartalmazzák az újratanulást, a visszaemlékezést, az előhívást vagy gyakorlást. (Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan, & Willingham, 2013). Egy játékban szükség van arra, hogy mindig történjen valami, rövid időközönként, minden nap foglalkozni kelljen vele. Ezért a játékosítás segítségével az elosztott tanulás könnyen beépíthető a tanulási folyamatba.

Az órai tanulási elemek közül a legfontosabb a figyelem fenntartása. Jóval kevésbé hatékony, de megvalósítható az egymásnak magyarázás, saját magának való magyarázás. Ezeket az elemeket is beépítettük a kurzusba (Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan, & Willingham, 2013).

3.2. Értékelés

Magyarországon a tanulókat általában szummatívan értékeljük egy 1-től 5-ig terjedő osztályzattal. Hagyományosan az egyetemi kurzusokon a szorgalmi időszakban két zárthelyidolgozatot írnak a hallgatók, majd a vizsgaidőszakban vizsgáznak. Ennek a megoldásnak vannak előnyei és hátrányai. Egyik hátránya az, hogy az alkalmi számonkérések nagy stresszel járhatnak. A másik, hogy egyszeri kiemelt alkalmakon kell bizonyítaniuk a hallgatónak, ami általában nem jár hosszútávú tudással. A hagyományos számonkérési rendszer a hosszútávú tudás eléréséhez nem megfelelő. Egy egyszeri vizsga anyaga bizonyítottan „elfér" az ember munkamemóriájában, és onnan vizsga után hamar távozik. Még matematikából is. Hátránya még a hagyományos rendszernek az is, hogy a hallgatók kevés visszajelzést kapnak tudásukról és az elérendő osztályzatról. Ez utóbbi két dolog különösen fontos szerepet játszhat egy elsőévesnél, vagy egy új tantárgy első félévénél.

A hallgatók az algebra és számelmélet tárgyra összesen egy osztályzatot kapnak. A kimeneti követelményrendszer javaslata egy hagyományos gyakorlatijegy és egy hagyományos vizsgajegy átlaga. Mi a játékosítás bevezetésével egy pontrendszert alakítottunk ki. A hallgatók a félév során folyamatosan, előre kiszámíthatóan pontokat szerezhettek. Az év végi osztályzat három tényezőtől függött. Az első és legfontosabb tényező az összpontszám volt. A második tényező minimumfeltételek elérése volt. A harmadik tényező pedig egy év végi szóbeli beszámoló, aminek a vizsga nevet adtuk.

3.2.1. Pontrendszer

Pontot egész évben folyamatosan lehetett gyűjteni. Félév végén mindenki a pontszám és csak a pontszám alapján kapta az osztályzatot, amennyiben teljesítette a minimum feltételeket. Minimum feltételből kevés volt. Ezek garantálták szakmailag azt, hogy a diák elsajátította az anyagot a klasszikus értelemben is elégséges szinten. A minimumfeltételek teljesítése után már csak a pontok döntöttek. Heti rendszerességgel, a következő pontszerzési lehetőségek voltak: gyakorlat végi teszt, gyakorlat végi dolgozat, heti feladatsor megoldása, előadás végi kvíz, bizonyítás leírása előadás után, pluszpontok. Pluszpontokat előadáson és gyakorlaton is lehetett szerezni. Előadásonként és gyakorlatonként maximum 3 pluszpontot könyveltünk el. A hetente szerezhető pontokat az 1. táblázatban gyűjtöttem össze.

Gyakorlat végi teszt	2 pont
Gyakorlat végi dolgozat	4 pont
Heti feladatsor	10 pont
Kvíz	2 pont
Bizonyítás	6 pont
Összesen	24 pont

1. táblázat: A hetente megszerezhető pontok.

A heti pontszerzési lehetőségeken kívül egyszeri pontszerzési lehetőségek is voltak. Ezek kihívások vagy pótlási lehetőségek voltak. Az egyszeri pontszerzési lehetőségekkel maximum 30 pontot lehetett szerezni a félév során. Az osztályzás a 2. táblázatban látható pontrendszer szerint ment.

Jeles	180 ponttól
Jó	130 ponttól
Közepes	90 ponttól
Elégséges	60 ponttól

2. táblázat: A jegyek ponthatárai.

Úgy tűnhet, hogy a diákok rengeteg pontot szerezhetnek hetenként. Akár nyolc hét alatt el lehet érni az ötös szintjét, de nem ez a tipikus eset. Tapasztalatok mutatják, hogy ha a pontrendszerre épülő osztályozás szakmailag jól van megalapozva, akkor a megszerezhető pontszám 60%-át azok érik el, akik klasszikus értelemben is jelesek lennének, vagy pedig nagyon szorgalmas, jó osztályzatot elérő hallgatók. Ebben a dolgozatban nem tárgyalom, hogy melyik osztályzási módszer a helyes. A mi rendszerünkben egyértelműen jelest kap az, aki klasszikus értelemben is jelest kapna. Az elégséges megszerzését szigorú szakmai feltételekhez kötöttük.

Az érdemjegyek között a „szintlépés" nem lineáris volt, hanem egyre nehezedett, ami azt jelentette, hogy az elégségestől a jeles érdemjegy felé haladva egyre nagyobb volt a különbség az egymást követő érdemjegyek ponthatárai között. Játékosítás szempontjából ennek az volt a feladata, hogy a következő jegy elérése mindig megfelelő nehézségű kihívás legyen a hallgatók számára. (Zichermann & Cunningham, 2011)

Pontszerzés a gyakorlaton

A gyakorlatokon kétféle pontszerzési lehetőség volt. Minden gyakorlat végén a hallgatóknak meg kellett oldani egy olyan feladatot, ami az azórai anyaghoz kapcsolódott. Ez a feladat a tanuláselméleti elemek közül a teszteléses tanulásnak felelt meg. A gyakorlat végi teszteléses feladatok 2 pontot értek.

Minden gyakorlat végén meg kellett oldaniuk a hallgatóknak egy olyan feladatot, ami korábbi anyagrészhez kapcsolódott. Ezt dolgozat feladatnak hívtuk. Ez a feladat legalább két héttel korábbi anyagrészből került ki. A tanuláselméleti elemek közül ez a kumulatív tesztelésnek felelt meg. A feladat zárthelyi dolgozat szintű példa volt. Ez azt jelentette, hogy ilyen típusú és nehézségű feladatok a hagyományos kurzuson zárthelyi dolgozatban szerepeltek. Ezek a feladatok 4 pontot értek. A két feladatot egyszerre kapták meg a hallgatók az óra végén és 20 perc állt a rendelkezésükre a kidolgozáshoz a feladatoktól függően.

A dolgozat feladatokhoz kapcsolódott a kurzus legfontosabb minimumkövetelménye. A hallgatóknak a félév során a gyakorlat végi dolgozat feladatok közül legalább négyet legalább 3 pontosra kellett megírniuk. Aki ezt nem teljesítette, annak elégtelen lett az osztályzata. Ezzel biztosítottuk a kurzus szakmai színvonalát. Így csak olyan hallgató kaphatott legalább elégséges érdemjegyet, aki szakmai szempontból teljesítette a minimális elvárást.

Pontszerzés az előadáson

Az előadásokon kétféle pontszerzési lehetőség volt. Minden előadás végén egy kvízt töltöttek ki a hallgatók az előadás Canvas felületén. A kvízek a tanuláselméleti elemek közül a teszteléses tanulásnak feleltek meg. Legtöbbször két feleletválasztós kérdés volt benne. A kvízeket úgy állítottuk össze, hogy az anyag legfontosabb részére kérdezzenek rá, és inkább emlékeztető, mint számonkérő jellegűek legyenek. Az előadás végi kvízekkel 2 pontot lehetett gyűjteni hetente. A kvízek néhány perc alatt megoldhatóak voltak, mi mindig legalább 7 percet adtunk rá.

Az előadások után volt minden héten a bizonyítás nevű pontszerzési lehetőség. A bizonyítás fontos része a matematika tanulásnak, mégis a középiskolai tanulmányok során kevesen találkoznak bizonyításokkal. Azért, hogy a bizonyítási technikákat elsajátítsák, a hallgatóknak minden héten le kellett írni egy tételnek a bizonyítását. Ezt a tétel általában egy előre megadott, három-négy tételből álló listáról választottuk ki. Mindig olyan tételnek a bizonyítását kellett leírni a hallgatóknak, ami már legalább két héttel korábban szerepelt előadáson. A bizonyítás minden héten 6 pontot ért. Akik a bizonyításokon jól szerepeltek, könnyített vizsgát tehettek. Ehhez a félév során legalább három legalább 5 pontos bizonyítást kellett írni a hallgatóknak. A könnyített vizsgán tételből már nem kellett felelni. A bizonyítások megírása helyettesítette a klasszikus értelemben vett vizsgát.

Pluszpontok

Pluszpontot lehetett kapni az értékes hozzászólásokért, fontos észrevételekért, az óra színvonalának emeléséért. Pluszpont járt akkor, ha valaki szép választ adott egy nehéz kérdésre. Pontot ért az is, ha a hallgató a gyakorlaton elmondta egy általa megoldott feladatnak a megoldását. Értékes, hasznos, szép ötletekért is pluszpont járt. Az előadásokon aktívabbak voltak a hallgatók, jobban látszódtak a reakcióik, ha be volt kapcsolva a kamerájuk. Emiatt meglepetésszerűen időnként azért is kaptak pontot a hallgatók, ha bekapcsolt kamerával vettek részt az előadáson.

Pluszpont járt akkor is, ha valaki észrevett a táblán egy esetleges hibát vagy elírást. Ezek a hibák gyakran szándékosak voltak és a diákok tudták is, hogy találkozhatnak szándékos hibákkal az órákon. Céljuk sokszor az volt, hogy fenntartsák a hallgatók figyelmét, és ne csak másolják, ami a táblára kerül.

Az elérhető és megszerezhető pluszpontok száma különbözött. Nem korlátoztuk az elérhető pluszpontok számát, de előadásonként és gyakorlatonként legfeljebb hármat-hármat könyveltünk el egy hallgatónak.

A pluszpontszerzési lehetőségekkel igyekeztük a Bartle-féle játékostípusok közül a gyilkos típusba és a teljesítő típusba tartozó diákokat ösztönözni.

Pontszerzés heti feladatsorral

A heti feladatsorral elérhető és megszerezhető pontok száma játékosítási és tanuláselméleti okok miatt különbözött. A heti feladatsor feladatainak megoldásával mindig legalább 15 pontot lehetett elérni, de maximum 10 pontot szerezhettek ezzel a feladatsorral a hallgatók. Ez azt jelentette, hogy ha több pontot értek el a heti feladatsoron, akkor is legfeljebb 10 pontot számoltunk be a végső pontszámítás során.

A heti feladatsoron a feladatok több csoportba voltak osztva. Ezek a csoportok a következők voltak: alapmenü, gondolkodtató feladatok, egyéb feladatok, kiváltó gondolkodtató feladatok.

Az alapmenüben öt feladat volt. Az alapmenü feladatinak megoldásával minden héten 7-8 pontot lehetett elérni. Ezek a feladatok a gyakorlaton szerzett ismeretek alapján megfelelő kihívást jelentve, de nem túl nehezen megoldhatóak voltak. Az alapmenü feladatai 1 vagy 2 pontot értek. Alapmenüben szereplő feladat volt az ötödik héten például a következő: *„Bizonyítsuk be, hogy 9db egymást követő egész négyzetének összege nem lehet prímszám.”*

Az alapmenü feladatai között a harmadik héttől szerepeltek a korábbi anyagrészhez kapcsolódó feladatok is. Így a már korábban megtanult anyag néhány hét múlva újra előkerült. Ez tanuláselméleti szempontból a kumulatív tesztelésnek felelt meg. Játékosítási szempontból az alapmenü a Bartle-féle játékos típusok közül a teljesítő típusú hallgatóknak kedvezett.

Az alapmenü feladatait jól megoldó hallgatók kaptak minden héten egy bónusz feladatot. A bónusz feladat játékosítási szempontból feloldható tartalomnak minősül. Ugyanúgy, ahogy a játékokban, itt is a teljesítő típusba tartozó hallgatóknak szántuk ezeket a feladatokat. A teljesítő típusba tartozó hallgatók szeretnek minden feladatot megoldani, ezért gyakran adták be az alapmenü összes feladatát. A bónusz feladatot csak azok a hallgatók láthatták, akik megoldották jól az alapmenüt. Ezért a bónusz feladat a felfedező hallgatók számára is kedvező volt. A felfedező hallgatók kíváncsiak, érdekli őket mi lehet a bónusz feladat. A bónusz feladat általában az alapmenü feladataihoz tartozó érdekes feladat volt, és 2-3 pontot ért. Az alapmenü feladatait nem kellett hibátlanul megoldani. Az volt az egyezség, hogy aki az öt feladatból legalább négyet majdnem teljesen megold, az kapja meg a bónusz feladatot. Ezt a bónusz feladatot természetesen csak az alapmenü kijavítása után kapták meg a hallgatók. Péntek éjfél volt az alapmenü beadási határideje. A hallgatók a bónusz feladatot vasárnap reggeltől a gyakorlatuk kezdetéig tudták megoldani. Ezzel a tanuláselméleti elemek közül az elosztott tanulást megvalósítottuk a bónusz feladatokon keresztül is.

A gondolkodtató feladatok, ahogy a nevük is mutatja, nagyobb kihívást jelentő feladatok voltak. Ezek matematikai értelemben nehezebbek, több gondolatot, ötletet váró, bonyolultabb feladatok voltak. Szándékunk volt, hogy ezeknek a feladatoknak differenciáló jellege legyen. Aki a maximálisan beszámítható 10 pontot meg akarta szerezni, és jobb képességű vagy jobb háttérrel rendelkező hallgató volt, annak lehetősége volt ezeket a feladatokat megoldani. Így nem kellett foglalkoznia a számára könnyű, „unalmasabb” feladatokkal. Ezek a hallgatók is megfelelő kihívást kaptak és ugyanúgy megszerezhették az osztályzatához szükséges pontszámot. A két gondolkodtató feladat összpontszáma megegyezett az alapmenü összpontszámával.

Gondolkodtató feladat volt a negyedik héten például a következő: *„Lee Child A wanted man című krimijében a következő olvasható: Vegyünk 3 egymást követő számot úgy, hogy a legnagyobb osztható legyen 3-mal; majd adjuk őket össze. Ezután adjuk össze a kapott szám számjegyeit, utána megint; egészen addig, amíg egy egyjegyű számot nem kapunk. Ha ez sikerül, akkor ez a szám a 6-os lesz. Igaza van-e az írónak?”*

Az első néhány héten kialakult, hogy a gondolkodtató feladatokat megoldó diákok a legtöbb esetben megoldották az alapmenü feladatait is. Az ő fejlődésükhöz már nem járult hozzá az alapmenü minden feladatának megoldása. Azért, hogy ők is fejlődjenek, azaz a pozitív differenciálás megvalósítása miatt, a kilencedik héttől új rendszert vezettünk be. Betettük a heti feladatsorra a kiváltó gondolkodtató feladatokat. Kijelöltünk minden héten három feladatot az alapmenüből, amit ki lehetett váltani ezekkel a gondolkodtató feladatokkal. Ezeket csak kizárólagosan lehetett beadni. Ez alatt azt értjük, hogy a hallgatók vagy az alapmenü három feladatát, vagy ezt a kiváltó gondolkodtató feladatot adhatták be, a kettőt egyszerre nem. Ilyenkor még mindig lehetett volna, hogy a hallgató a pontszerzés miatt mégis az alapmenü feladatait adja be, ezért ezeket a nehezebb feladatokat felpontoztuk. Egy ilyen feladatra 7-8 pontot adtunk. A felpontozással azt is szerettük volna elérni, hogy minél több hallgató olvassa el a nehezebb feladatokat. Ilyen gondolkodtató feladat volt a kilencedik héten a következő: *„Az n természetes számot osszuk el rendre a $1,2,\ldots,n$ számokkal és jelöljük a maradékok összegét $r(n)$-nel. Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok olyan k természetes szám van, amelyre $r(k)=r(k-1)$.”*

A játékosítás egyik fő szerepe az emberek bevonása a tanulási folyamatba, érdeklődésük felkeltése. A hagyományos oktatás általában nem kedvez az összes Bartle-féle játékostípusnak. Az egyéb feladatokat azért vezettük be, hogy bevonják a kurzusba a kapcsolatépítő és a felfedező játékostípusokat, és motiválttá tegyék őket. A felfedező típusúak szeretnek utánajárni dolgoknak, keresgélni, érdekességeket megismerni. Felfedezőknek szánt feladat volt a tizenegyedik héten a következő: *„Miért érdekesek a szabályos sokszögek? Miért most kérdezzük ezt?”*

A kapcsolatépítő típusúaknak olyan feladatokat kerestünk, amelyekben szükség volt arra, hogy felvegyék a kapcsolatot évfolyam- vagy csoporttársaikkal és együtt tevékenykedjenek. Szándékosan használjuk a tevékenykedés szót, mert nem mindig jelentett ez feladatmegoldást vagy tanulást. A kapcsolatépítőknek többféle feladatot is ki lehetett találni. Pedagógiai elemként megjelent ezekben a feladatokban a csoportmunka. A tanulási elemek közül megjelent az a folyamat, amikor az egyik hallgató elmagyaráz valamit a másiknak. Többször szerepelt egyéb feladatként feladatkészítés, ami a játékos elemek közül a kreatív eszközöknek felel meg. Kapcsolatépítőknek szánt feladatok voltak a következők: *„Kérj meg egy másik hallgatót, hogy magyarázzon el neked egy feladatot az előző heti feladatsorokról. Mindkettőtöknek jár érte pont.”* és *„Készítsetek csoportban olyan feladatot, amely a renddel vagy skatulya elvvel kapcsolatos. Ötletes, szép feladat legyen.*” Az ilyen típusú feladatok 2-4 pontot értek.

Alkalmi pontszerzési lehetőségek

Három alkalmi pontszerzési lehetőség volt a félév során. Kétszer lehetett régebbi feladatokkal pontot szerezni. A harmadik lehetőséget pedig pontszorzónak neveztük.

A félév elején bejelentettük a pontszorzó feladatsor létezését. A pontszorzó fő funkciója a differenciálás volt. Ezt a feladatsort a félév második felében kapták meg a hallgatók. Addigra általában kiderül, hogy a hallgatók milyen szinten állnak. A pontszorzó szerepe Vigotszkij legközelebbi fejlődési zóna elméletének felelt meg (Vigotszkij, 1967). A pontszorzó feladatsoron háromszor hat feladat volt. A hagyományos értelemben vett elégséges, közepes és jó szintű hallgatók fejlesztésére szolgált ez a feladatsor. Az, hogy ki melyik részt írhatta meg, az az addig megszerzett pontszámától függött. A ponthatárok szerinti jegynél eggyel jobb jegyre lehetett javítani. Mindenkinek a saját szintjéhez tartozó hat feladatot kellett megoldania. Minden feladatra legfeljebb 6 pont járt. A százalékot, amivel növeltük az összpontszámot, úgy számítottuk ki, hogy az elért pontokból kivontunk tizenkettőt. Például, ha valaki hármasra állt, akkor négyesre tudott javítani a négyes sorszámú feladatokkal. Ha elért 30 pontot és volt eredetileg 110 pontja, akkor 30-12=18%-kal nőtt az összpontszáma, tehát 130 pont lett.

A másik két alkalmi pontszerzési lehetőséggel a kumulatív tesztelés és az elosztott tanulás egyszerre valósult meg. A negyedik héten megoldhattak a hallgatók régebbi feladatokat. Az első, második és harmadik heti feladatsorokról lehetett feladatokat beadni. Olyan feladatokat adhattak be, amiket korábban még nem adtak be, vagy 0 pontosra sikerültek. Az eredeti pontszám felét tudták megszerezni ezekkel a feladatokkal. A félév kezdetekor előfordulhat, hogy a hallgató nem figyel, nem tudja mi a feladata, nem érti az anyagot, nem veszi fel a ritmust. Ez a lehetőség segített abban, hogy ezek a hallgatók is bekapcsolódjanak a munkába. A régebbi feladatok beadásával, ha pontszámban nem is, de tudásban fel tudták venni a ritmust. Meg kellett szokniuk a hallgatóknak, hogy folyamatosan kell foglalkozni az anyaggal. Ez a feladat jó figyelmeztetés volt arra, hogy tanuljanak.

Régebbi feladatok beadására a félév végén is volt lehetőség. Ekkor is az eredeti pont felét lehetett elérni egy-egy feladattal. Összesen legfeljebb 6 pontot számítottunk be. Ezt a pontszámot úgy választottuk meg, hogy legyenek olyan hallgatók, akik tudnak még szintet lépni. Akiknek a pontszorzó kevés lett volna a magasabb szint eléréséhez, de ezekkel a pontokkal együtt már sikerült nekik.

3.2.2. Egyéb tényezők, a kurzus teljesítésének feltétele, könnyítések

A kurzus teljesítésének volt három minimumfeltétele. Az egyik a gyakorlaton, a másik az előadáson, a harmadik a vizsgán volt. Ezek minőségi feltételek voltak.

A gyakorlat teljesítéséhez a félév során minden hallgatónak a gyakorlat végén írt 4 pontos dolgozat feladatok közül legalább négyet legalább 3 pontosra meg kellett írnia.

A másik minimum feltétel az előadáshoz kapcsolódott. A félév során mindenkinek legalább három legalább 5 pontos bizonyítást meg kellett írnia. Mivel az előadásra járás nem kötelező, ezért ezt a követelményt az alábbi módon fogalmaztuk meg a hallgatóknak. Könnyített vizsgát tehet az, aki megírt legalább három legalább 5 pontos bizonyítást. A könnyített vizsgán a tételekből nem kell felelni. Mivel az előadásra való járás nem kötelező, ezért ezt a feltételt nem követelhettük meg formálisan a hallgatóktól.

A vizsga hivatalosan két részből állt. A hallgatóknak küldött tájékoztatóban ez a következőképpen szerepelt. A vizsgán minden hallgató három tételt húz, ezeket bebizonyítja. Ezután a vizsgázó által, a félév folyamán beadott feladatmegoldásokról tesz fel kérdéseket a vizsgáztató.

A harmadik minimumfeltétel a vizsgán való legalább elégségesre való megfelelés volt. Az a hallgató, aki a félév során legalább három legalább öt pontos bizonyítást írt, az könnyített vizsgára volt jogosult. Nekik a könnyített vizsgán a vizsgáztató csak az általuk beadott feladatokkal kapcsolatban tett fel kérdéseket. Ez a vizsga két célt szolgált. Egyrészt elősegítette a kumulatív tesztelést. Másrészt ellenőrizte azt, hogy a hallgató tudja azt, amit beadott, amiben az is benne volt, hogy valóban ő oldotta-e meg ezeket a feladatokat.

3.3. Egyedi játékosítási elemek

Ahogy a játékokban, úgy a játékosításban is vannak olyan elemek, amelyek megragadják, motiválják a hallgatókat, elkötelezettebbé, érdekeltebbé teszik őket a feladatok megoldásában.

Volt két rendszeres egyedi elem, amelyek pontszámmal nem jártak, de fontos részei a játékosításnak. Az egyik ranglisták rendszeres közzététele volt. Minden héten két ranglistát tettünk közzé, a feladat és a pontszám ranglistát. A feladat ranglistán szerepeltek azok a hallgatók, akik az aktuális héten a legtöbb feladatot oldották meg a heti feladatsorról. A pontszám ranglistán szerepeltek azok, akik a legtöbb pontot érték el azon a héten. Ez a ranglista az elért pontok alapján készült. Azok a pontok is számítottak a ranglistára kerüléskor, amiket a heti feladatsor maximális 10 pontja, vagy a beszámítható 3-3 pluszpont felett értek el a hallgatók. A két ranglista egy idő után már függetlenedett egymástól. A ranglisták jó motivációt adtak a hallgatóknak, hogy a beszámítható pontok megszerzése után is oldjanak meg feladatokat. A ranglisták a teljesítő és a gyilkos játékostípusba tartozó hallgatók számára készültek.

A másik rendszeres elem a szép megoldások listája volt. A szép megoldások, ahogy a neve is mutatja, olyan feladatmegoldások voltak, amik ötletesek, szépek. A hallgatók körében presztízzsé vált a listára való felkerülés. Erre a listára nemcsak a hallgatók neve vagy kódja került, hanem maguk a feladatmegoldások is. Játékosítás szempontjából ez az elem útmutatásnak számít. A listán szereplő megoldások segítséget nyújtottak a lemaradó hallgatóknak. Akik nem tudtak megoldani egy feladatot, meg tudták nézni utána a szép megoldások listáján, hogyan lehet megoldani a feladatot. Ezzel útmutatást kaptak ahhoz, hogy tudnak később ők is feladatot megoldani.

A játékosításnak fontos elemei a kihívások. Bár klasszikus értelemben kihívásnak tekinthető minden nehezebb feladat, minden óra, minden beadandó, ezek a játékosítás szempontjából nem tekintendők kihívásnak. A félév során két kihívás volt. Az egyiknek a Bátorságpróba, a másiknak a Győzd le a gyakorlatvezetőket! nevet adtuk. A játékosítás célja a hosszútávú tudás növelése. Mi kíváncsiak voltunk arra is, hogy a pillanatnyi tudás hogyan alakul a játékosítás közben. Ennek az egyetlen mérését csak úgy tudtuk elképzelni, hogy megíratjuk az évfolyammal azokat a zárthelyi dolgozatokat, amiket ugyanennek az oktatónak az előző évfolyamán az akkori hallgatók megírtak. Nem tudtuk, hogy milyen eredményre számítsunk. A játékosított rendszernek nem volt célja a pillanatnyi tudás egyszeri felmérése. A korábbi évfolyam körülményei előnyösebbek voltak. Ott a hallgatók offline tanulhattak, ami az online tanulásnál hatékonyabb. Nem vártuk feltétlenül azt, hogy a pillanatnyi tudás összemérhető a két évfolyamon. A játékosítás folyamatában a zárthelyi dolgozatnak nincs és nem is lehet komolyabb szerepe. A két zárthelyi feladatsor megírásának a játékosításban nem volt olyan tétje, mint a klasszikus órán. A hallgatók ezért nem lettek volna olyan motiváltak a megíráskor. Mi úgy próbáltuk őket motiválttá tenni, hogy jó teljesítés esetén kiváltságokhoz juthattak.

A bátorságpróbán minden feladat 6 pontos volt. Minden feladat 3 ponton felül szerzett pontjait elkönyveltük a hallgatóknak legfeljebb 10 pontig. Akinek sikerült legalább kettő legalább 5 pontos feladatot írnia, annak csökkentettük a jegyszerzés minimumfeltételét. A bátorságpróba után már csak két darab legalább 3 pontos gyakorlat végi dolgozat feladatot kellett írniuk a gyakorlati jegy megszerzéséhez.

A Győzd le a gyakorlatvezetőket! nevű kihíváson öt feladat volt egyenként 6 pontért. Aki elért legalább 20 pontot, az vizsgakönnyítést kapott. Ez azt jelentette, hogy csak a páros heti beadandók közül került ki a vizsgán az a feladatsor, amiről beszélgetni kellett a vizsgáztatóval. A kihívás azért ezt a nevet kapta, mert három gyakorlatvezető tanulmányai során korábban ugyanezt a feladatsort írta meg zárthelyi dolgozatként. Őket kellett legyőzniük a hallgatóknak a kihívás során. Ez a megfogalmazás mindenki számára motiváló erőként hatott.

3.4. A félév menete

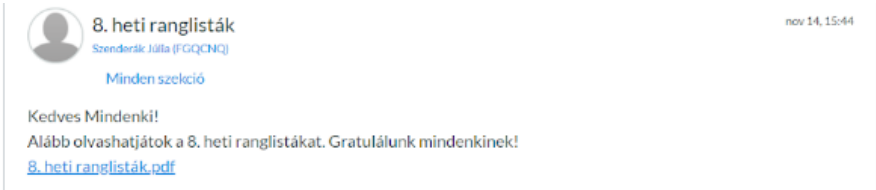
Az előadásokon átlagosan 60 hallgató vett részt, több mint 80%-os volt a részvétel. Az előadáson a bizonyításokra kezdetben 10 percet adtunk. Sokan úgy érezték, hogy nem tudnak ilyen hirtelen felkészülni akár lelkileg, akár mentálisan egy korábbi bizonyítás leírására. Ezért az igényekhez igazodva a bizonyítások előadáson kívüli időpontba kerültek át. Kedd estig lehetett beküldeni a bizonyításokat. A bizonyítás leírásának időkorlátját 13 percre növeltük, hogy maradjon idő a feltöltésre is. A bizonyítás írását továbbra is az előadáson való részvételhez kötöttük. Egy hallgató erről így jelzett vissza: „*Ami még nagyon tetszett, hogy ha úgy gondoltátok, hogy valami nem működik úgy, ahogy vártátok vagy szerettétek volna, akkor változtattatok rajta, hogy nekünk a lehető legjobb legyen*."

A játékosításban fontos, hogy folyamatosan, napról-napra történjen valami. Mindig legyenek feladatok, pontszerzési lehetőségek, érdekességek, jutalmak, vagyis legyen valami történés. Ez megfelel az elosztott tanulás szellemének. A határidőket úgy alakítottuk ki, hogy ne csak a gyakorlat és előadás napján, vagy esetleg a gyakorlat előtti este foglalkozzanak a hallgatók a számelmélettel, hanem gyakorlatok és előadások közötti időszakban is. Így a hétfői előadáshoz tartozó bizonyítás határideje kedd éjfél volt, és a szerdai gyakorlathoz kapcsolódó heti feladatsor leadási határideje pedig szombat éjfél volt. Erről a következőt írta egy hallgató: „*Nagyon érződik, hogy mennyi előkészület és munka van a háttérben, olyan, mintha ebből lenne a legtöbb órám, pedig másból is van ennyi, csak ott nincs ennyi program (feladat) a héten. Nagyon szerettem ezt a kurzust, jó keretet adott*."

A könnyített vizsga jutalmazási elem volt, ami a HEST rendszer szerint a hozzáférésbe tartozik. Azok a hallgatók férhettek hozzá, akik legalább három legalább 5 pontos bizonyítást írtak az előadásokon. „*A könnyített vizsga egy óriási öröm!!! Ezt is köszönjük!! Egyrészt jobban figyeltem az év közben a bizonyításokra emiatt, másrészt 'vizsgastresszben' minden sokkal nehezebb, így több esélyünk van a sikeres vizsgára*."

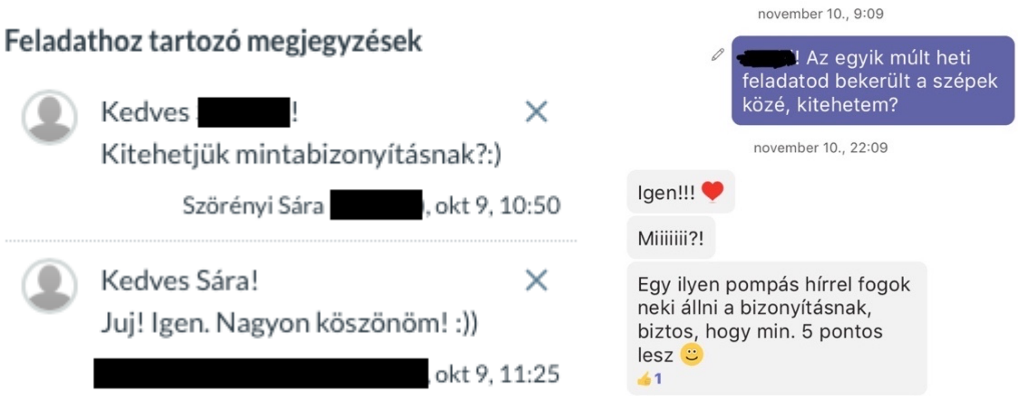
Az szorgalmi időszak utolsó hetén néhány hallgató próbavizsgát tehetett. Ha a próbavizsga jól sikerült, akkor rendes vizsgának számított. A próbavizsgát a többi hallgató megnézhette. A hallgatók számára ez egy eddig nem említett játékos elem, a tutorial volt.

Minden héten közzétettük a két ranglistát az 1. ábrán látható módon, ami a teljesítő és a gyilkos játékostípusú hallgatóknak szánt elem volt. Az a tíz hallgató, aki az adott héten a legtöbb pontot gyűjtötte össze vagy a legtöbb feladatot oldotta meg, felkerült a heti ranglistákra.

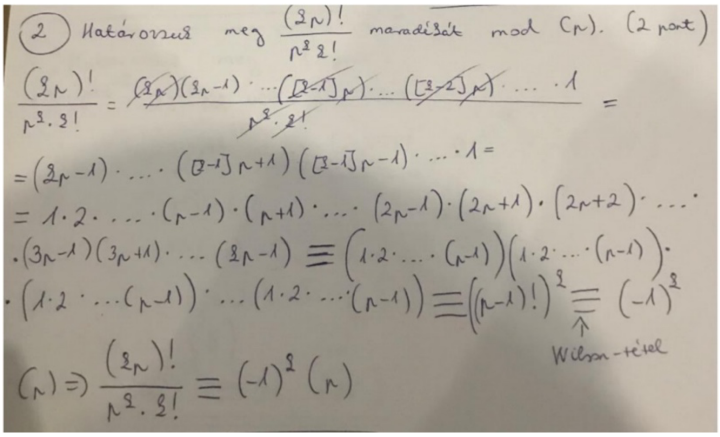


1. ábra: Így osztottuk meg a Canvas felületén a ranglistákat a hallgatókkal.

A harmadik héttől kezdődően majdnem minden héten feltöltöttük a szépmegoldásokat és mintabizonyításokat. Azt vettük észre, hogy egy idő után ide felkerülni számított a legnagyobb dicséretnek és presztízsnek, tehát ez egy státusz típusú jutalommá vált.



2. ábra: A hallgatók reakciója arra, hogy felkerültek a szépmegoldások, vagy mintabizonyítások listájára.



3. ábra: Egy hallgató szépmegoldása.

A gyilkos típusú hallgatóknak szántuk (főleg) a „Győzd le a gyakorlatvezetődet!” nevű kihívást. A játékosítás szempontjából ez kihívás és leszámolás a fő gonosszal elem is volt. A leszámolás katarktikusságát az adta, hogy a saját gyakorlatvezetőikkel versenyezhettek.

Minden heti feladatsoron szerepelt egy a felfedezőknek készített feladat, ami utánajárást igényelt, érdekességekről, hasznos alkalmazásokról, tudománytörténetről szólt. Emellett a heti feladatsorokra igyekeztünk húsvéti tojásokat tenni. Ezek általában QR kódok voltak, amik videókhoz és mémekhez vezettek, ahogy a 4. ábrán is látható. Ezekről az elemekről– egy minden bizonnyal felfedező típusú hallgató – így írt: **„**A *heti feladatsorokon különösen tetszettek azok a feladatok, amikben volt valami „körítés”, gonosz boszorkány, lottó vagy éppen gombócevő verseny. Ezeknek mindig nagy kedvvel láttam neki... A feladatsorokon levő QR kódok is nagyon jók voltak.*”

4. ábra: A heti feladatsorok egy QR kódja, és a kép, amihez vezetett.

Az előadások során többször szerepeltek felfrissülésként, megszakításként történetek, érdekességek, amiket az előadó mesélt el a hallgatóknak. Az oktatók gyakran az órakezdés időpontjánál hamarabb elindították a videókonferenciát. Ilyenkor lehetősége volt a kapcsolatépítő típusú hallgatóknak beszélgetni az előadóval, a gyakorlatvezetőkkel, egymással. Sok hallgató az óra vége után is ott, volt, amikor még 40-50 percig beszélgettek különböző nem algebrai témákról az oktatókkal. Erről két hallgató így írt: „*Előadások és gyakorlatok előtt-alatt-után jó érzés volt beszélgetni másról is mint a tananyag, ez szerintem sokat segített a közösség formálásában ebben a szerencsétlen időben*.” és „*Továbbá sokkal barátságosabb a légkör gyakorlaton, mint máshol így sokkal energikusabban ülöm végig. Sokkal könnyebben tudok figyelni akár sokkal hosszabb ideig is*.”

A heti feladatsor egyéb feladatai között mindig szerepelt egy a kapcsolatépítőknek készített feladat. Sokszor hallgatótársakat kellett keresni vagy toborozni ezeknek a feladatoknak a megoldásához. Ilyen volt például a kilencedik héten a következő: *„A születési dátumodból képezz egy nyolcjegyű számot (ééééhhnn), és keress másik két embert az évfolyamról, akivel mod 13 ugyanabba a maradékosztályba estek!”*

A félév során rendszeresen szerepelt a feladatok között az, hogy magyarázzanak el valamit egymásnak a hallgatók. Ennél a feladatnál nem jelöltük meg külön, hogy milyen formában várjuk a megoldást. Sokan felvételt készítettek magukról, ahogy online elmagyarázzák egymásnak a feladatokat.

3.5. Az eredmények

3.5.1. Tanulmányi teljesítmény

A játékosított kurzuson résztvevő hallgatókkal megírattuk „Bátorságpróba” néven egy előző, nem játékosított Algebra és Számelmélet 1. kurzuson tanuló hallgatók félévközi zárthelyi dolgozatát. Ugyanennek a nem játékosítottan tanuló évfolyamnak az év végi zárthelyi dolgozatát is megírattuk a játékosítottan tanuló hallgatókkal „Győzd le a gyakorlatvezetődet!” néven. A zárthelyi dolgozatokat a félév ugyanazon hetén írták a hallgatók és ugyanannyi idő állt a rendelkezésükre, mint az előző évfolyamnak. Bár a tanulmányi teljesítmény nem volt része a kísérletünknek, összehasonlítottuk a két évfolyam átlagát. A játékosításban az elkötelezettséget és a hosszútávú tudást tűztük ki célul, így nem számítottunk arra, hogy a játékosítottan tanuló évfolyam közel azonosan vagy jobban teljesít a teszteken. Amiatt sem gondoltuk, hogy jobb lesz a teljesítményük, mert a távoktatás hatékonysága elmarad a hagyományos oktatás hatékonyságától (Bawa, 2016). A régebbi évfolyam átlaga 58% volt, a játékosított évfolyam átlaga pedig 66%, ami 8%-os százalékos javulás már első zárthelyi dolgozaton. A második zárthelyin a régebbi évfolyam átlaga 47%, a játékosított évfolyamé 62% volt, ami 15%-os javulás. A különbség mindkét esetben szignifikáns volt. Ez az eredmény nagyon meglepett minket, örültünk neki.

3.5.2. Elköteleződés

Az játékosítás egyik fő célja a kurzusban az volt, hogy növelje a hallgatók elkötelezettségét. A hallgatók sikeres előre haladása és tanulmányai erősen függenek attól, hogy mennyire erős az elköteleződésük az egyetem felé (Astin, 1984).

A hallgatók elkötelezettségének felmérésében egy külsős cég, az Aquilone Training Kft [1], szervezetfejlesztő és játékosító cég segített nekünk. A cég a SCARF modellt alapján vizsgálja az elköteleződést. A SCARF modell neurológiai kutatásokból indul ki. Az emberi viselkedés nagy részét az irányítja, hogy az agy igyekszik a veszélyeket minimalizálni, a jutalmakat pedig maximalizálni (Eisenberger, 2012). Tehát ha az emberi agy egy helyzetet büntetőnek talál, akkor, úgynevezett elkerülő módba kerül, ha pedig egy helyzetet jutalmazónak ítél meg az agy, akkor közeledő módba kerül. Az agy döntéshozó képessége, együttműködése, probléma megoldó készsége az elkerülő módban csökken, közeledő módban pedig nő (Elliot, 2008). A hatékony tanulást tehát a közeledő mód segíti elő. A társas helyzetek nagy része ugyanezt, a túlélési ösztönt is irányító agyi működést hívja elő (Lieberman & Eisenberg, 2009). Azt is kimutatták, hogy ha a társas helyzetekben elutasítás ér minket, az ugyanúgy hat az agyunkra, mint mikor fizikai fájdalom ér minket (Eisenberg, Lieberman, & Williams, 2003). Munkahelyi környezetben felmérték, hogy mik azok a dolgok, amik a legnagyobb elutasítást és stresszt okoznak az embereknek (Boyatzis, Smith, & Blaize, 2006). Ezt a felmérést további agy kutatásokkal összevetve jött létre a SCARF modell (Rock, 2008).

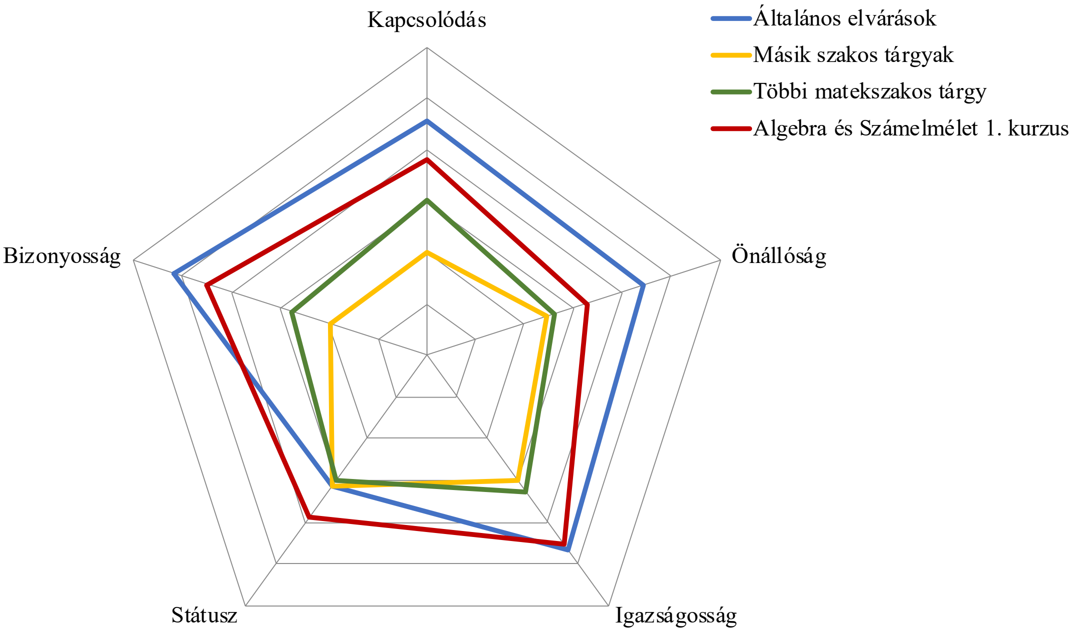
A SCARF modell öt területet különít el, amelyeken, ha jutalmazó a környezet, akkor elköteleződünk. Ezek a tényezők a következők (Rock, 2008):

- A *státusz (status)* a többiekhez viszonyított fontosságát írja le az egyénnek. Amikor fejlődünk, és mások elismerik a fejlődésünket, megdicsérnek minket úgy érezzük nő a státuszunk.
- A *bizonyosság (certainty)*, azt írja le, hogy mennyire bejósolható a környezetünk. Minél bejósolhatóbb, minél kevesebb a váratlan változás, annál könnyebben elköteleződünk.
- Az *önállóság (autonomy)* az, hogy mennyire tudjuk befolyásolnia körülöttünk zajló eseményeket, mennyire hozhatunk önálló döntéseket. Az önállóság növelése nem könnyű feladat, mert a megnövekedett önállóság ronthatja a folyamatok hatékonyságát.
- A *kapcsolódás (relatedness)* az, hogy mennyire érezzük magunkat biztonságban a többiek között, mennyire tartjuk a többieket ellenségeinknek vagy barátainknak. Növeli a kapcsolódás érzését, ha találunk olyan dolgokat, amelyek összekötnek minket a többiekkel.

- Az *igazságosság (fairness)* azt írja le, hogy mennyire igazságosak a lezajló folyamatok. Az egyértelmű elvárások, szabályok és célok növelik az igazságosság érzését.

Az elkötelezettségi kérdőív három részből állt. Először felmértük a hallgatók általános elvárásait, amiket az oktatási intézményekkel és folyamatokkal szemben támasztanak, és kiderítettük, hogy mely tényezők a legfontosabbak számukra. Ezután a felmértük, hogy a hallgatók a másik szakos tárgyaik irányába, a többi matematika szakos tárgyuk irányába és az Algebra és számelmélet 1. irányába mennyire elkötelezettek. Minden kérdésben egy hatos skálán kellett értékelniük szempontokat úgy, hogy a hat azt jelentette, hogy az állítás teljes mértékben igaz, az egy pedig, hogy egyáltalán nem igaz. Végül lehetőséget adtunk a hallgatóknak arra, hogy egyéni visszajelzést nyújtsanak. Ezek a szöveges visszajelzések a 2. mellékletben tekinthetők meg.

A kérdőívet 42 hallgató töltötte ki, annak ellenére, hogy a kitöltéséért nem ajánlottunk semmilyen jutalmat. A szakértő cég tapasztalatai szerint ez egy nagyon magas arány, és önmagában is visszacsatolás a hallgatók elkötelezettségére. A felmérés eredményeit az 5. ábrán foglaltam össze.



5. ábra: A kérdőív eredményeinek ábrázolása pókháló diagramon.

A felmérés általános részéből kiderült, hogy a hallgatók számára mindegyik tényező fontos, de nem egyformán. A fontossági sorrend a következő volt: bizonyosság, igazságosság, kapcsolódás, önállóság, státusz. A hallgatók számára a legfontosabb tényező a bizonyosság volt, tehát az, hogy tisztán átláthassák a tanulmányaik haladását, és hogy egyértelmű elvárásokat támasszanak velük szemben az oktatók. Ezt a tényezőt átlagosan 5,6 pontra tartották fontosnak a hallgatók. A bizonyosság szempontjából a hallgatók a másik szakos tárgyaikra átlagosan 4 pontot, a többi matematikai tárgyuknak 4,4 pontot, az Algebra és Számelmélet 1. kurzusnak pedig 5,2 pontot. Tehát egyedül az Algebra és Számelmélet 1. kurzusnak sikerült a hallgatók elvárásainak megfelelnie.

A második legfontosabb tényező a hallgatók számára az igazságosság volt. Az igazságosság fontosságát átlagosan 5,3 pontra tartották fontosnak. Erre a tényezőre átlagosan 4,5 pontot adtak a másik szakjuk, 4,6 pontot adtak a többi matematika szakos tárgyuk, és 5,3 pontot Algebra és számelmélet 1. kurzus esetében. A kontroll területekkel ellentétben sikerült a kurzusunknak maximálisan megfelelni a hallgatók elvárásának. A hallgatók tehát úgy érezték, hogy az Algebra és számelmélet 1. tárgyon igazságosan értékelik a teljesítményüket, a jegyeik tényleges tükrözik a teljesítményüket.

A harmadik legfontosabb tényező a kapcsolódás volt a számukra. Ezt a tényezőt 5,3 pontra tartották fontosnak, és azt mérte, hogy a hallgatók úgy érzik-e, hogy számítanak a kurzuson, és hogy jó kapcsolatuk van a kurzus oktatóival és a kurzuson tanuló hallgató társaikkal. Erre a tényezőre átlagosan 4 pontot adtak a másik szakjuk, 4,5 pontot adtak a többi matematika szakos tárgyuk, és 4,9 pontot Algebra és Számelmélet 1. kurzus esetében. A kapcsolódás megteremtése kifejezetten nehéz az online környezetben, és a pandémiás korlátozások mellett. A mi kurzusnak sikerült az elvárásokhoz közeli értéket elérnie, míg a kontroll területek ettől messze teljesítettek.

A negyedik legfontosabb tényező az önállóság volt. Ezt a tényezőt 5,2 pontra tartották fontosnak, azt mérte például, hogy mennyire érzi úgy a hallgató, hogy önálló véleményt fogalmazhat meg, és mennyire szervezheti meg ő a tanulási folyamatát. Erre a tényezőre átlagosan 4,2 pontot adtak a másik szakjuk, 4,3 pontot adtak a többi matematika szakos tárgyuk, és 4,6 pontot Algebra és számelmélet 1. kurzus esetében. Ebben a tekintetben is jobban teljesített az Algebra és számelmélet 1. kurzus a kontroll területeknél, de a hallgatóknak nagyobb önállóságra lett volna igényük még így is. Mivel az első éves hallgatók még a beszokási fázisban vannak, ennek a tényezőnek a nagyobb mértékű növelése erősen csökkenthette volna a tanulmányi teljesítményüket, ezért nem is volt célunk az önállóság megvalósítása. Ehelyett arra koncentráltunk, hogy megismertessünk velük hatékony tanulási módszereket, amiket a későbbi tanulmányaikban felhasználva a magasabb önállóság már nem párosul a teljesítmény csökkenésével.

Az ötödik legfontosabb tényező a státusz volt. Ezt a tényezőt átlagosan 4,6 pontra tartották fontosnak a hallgatók, és azt mérte például, hogy mennyire érzi úgy a hallgató, hogy büszke lehet arra, hogy az adott helyen tanul, és hogy mennyi elismerésben részesül ott. Erre a tényezőre átlagosan 4,6 pontot adtak a másik szakjuk, 4,5 pontot adtak a többi matematika szakos tárgyuk, és 5,3 pontot Algebra és Számelmélet 1. kurzus esetében. Ennek a tényezőnek a fontosságában nagyon megoszló volt a hallgatók véleménye. A kontroll területek megfeleltek a hallgatók elvárásainak, az Algebra és Számelmélet pedig felülmúlta az elvárásaikat, többet nyújtott az elvártnál.

Összességében elmondható, hogy az Algebra és a számelmélet 1. kurzus az elkötelezettség szempontjából jobban teljesített, mint a többi matematika tárgy vagy a hallgatók másik szakjának tárgyai. Az Algebra és számelmélet 1. kurzus és a kontroll területek között a legnagyobb különbség a státusz, és a két legfontosabbra értékelt tényező, a bizonyosság és az igazságosság között volt. Státuszban a kurzus felülmúlta a hallgatók elvárásait, a többi matematika tárgy pedig alatta teljesített. Az igazságosság fontosságát 5,3 pontra tartották fontosnak a hallgatok, és hajszál pontosan 5,3 pontra értékelték az Algebra és számelmélet 1. kurzust is. A kontroll területek szignifikánsan az elvárások alatt teljesítettek. A bizonyosság szempontjából a kurzus lényegesen magasabban teljesített, mint a kontroll területek, és megközelítette az elvárásokat. Ezt elég nagy eredménynek tekintjük a középiskolai és egyetemi átmenet figyelembevételével. A kapcsolódás területén az Algebra és számelmélet 1. kurzus 4,9 pontja kiemelkedőnek számít az 5,3 pontos elvárásokhoz képest a járványhelyzetet figyelembe véve. Itt különösen rosszan szerepeltek a hallgatok másik szakjának tárgyai. Az önállóság szempontja első éves hallgatóknál kisebb szerepet kell, hogy játsszon, ugyanis a már említett középiskolából egyetemre való átmenet sokkal inkább útmutatást és irányítást igényel, mint ami ennek a korosztálynak az életkori sajátosságainak megfelelne.

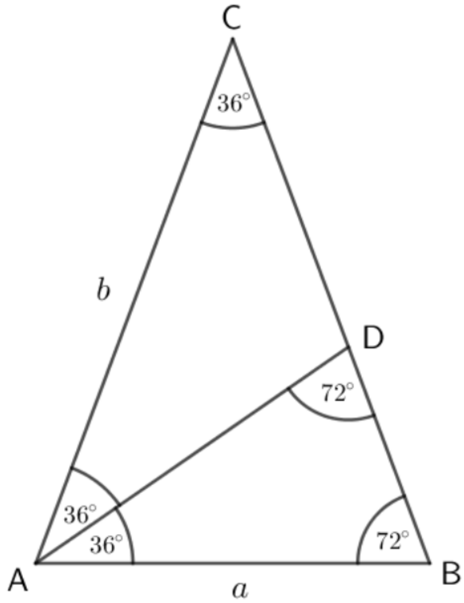
4. MATEMATIKAI RÉSZ

A következő részben öt módszert mutatok be a 72° koszinuszának pontos értékének kiszámítására, geometriai reprezentálására. Az első két módszer középiskolai ismeretekkel is használható. A harmadik olyan tudást igényel, ami a középiskolai tehetséggondozásban megjelenik. Az utolsó két módszer magasabb szintű matematikai tudást igényel, ezért csak magasabb tanulmányi szinten érdemes tárgyalni őket.

Első számítási módszer

Vegyünk egy egyenlőszárú háromszöget, amelyben az alapon fekvő szögek 72°-osak. A háromszög harmadik szöge ekkor 36°-os, ami a 72°-nak éppen a fele. Legyen a két szár b, az alap a hosszúságú.

Vegyük az A csúcsnál lévő szög szögfelezőjét. Ennek a szemközti oldallal vett metszéspontja legyen D . A szögfelező két 36°-os szögre bontja a szöget. Mivel a $DAC\sphericalangle$ és az $ACD\sphericalangle$ is 36°-os, az ACD háromszög egyenlőszárú. A háromszög harmadik, D csúcsában egy 108°-os szög van. Így az $ADB\sphericalangle$ 72°-os. Az ADB háromszögben az $ADB\sphericalangle$ és $DBA\sphericalangle$ is 72°-os, így ez is egy egyenlőszárú háromszög.



6. ábra: Az egyenlőszárú háromszögek.

Mivel az ADB és az ABC háromszögekben páronként két szög megegyezik, hasonlóak. Így fennáll a következő:

$$\frac{a}{b} = \frac{BD}{a} \tag{1}$$

Most használjuk a szögfelezőtételt, ami azt mondja ki, hogy a háromszög belső szögfelezője a szemközti oldalt a szomszédos oldalak hosszának arányában osztja két részre.

$$BD = \frac{a}{a+b} \cdot b = \frac{ab}{a+b} \tag{2}$$

Mivel a BDA és az ABC háromszögek hasonlóak, ezért

$$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{AC} \tag{3}$$

$$\frac{\frac{ab}{a+b}}{a} = \frac{a}{b} \tag{4}$$

$$\frac{b}{a+b} = \frac{a}{b} \tag{5}$$

A nevezőkkel megszorozva az egyenletet, majd átrendezve a következőt kapjuk:

$$a \cdot (a+b) = b^2 \tag{6}$$

$$a^2 + ab - b^2 = 0 \tag{7}$$

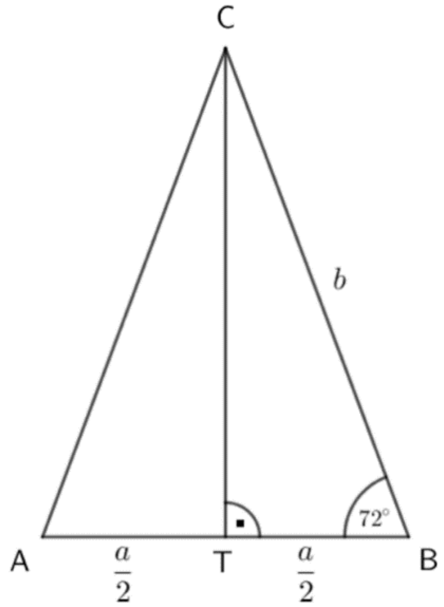
Elosztva b^2-tel:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{a}{b} - 1 = 0 \tag{8}$$

Ennek a másodfokú egyenletnek két gyöke van, amelyek közül a pozitív lesz a háromszög két oldalának hányadosa:

$$\frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \tag{9}$$

Vegyük az alaphoz (AB oldalhoz) tartozó magasságot és legyen ennek a talppontja T.



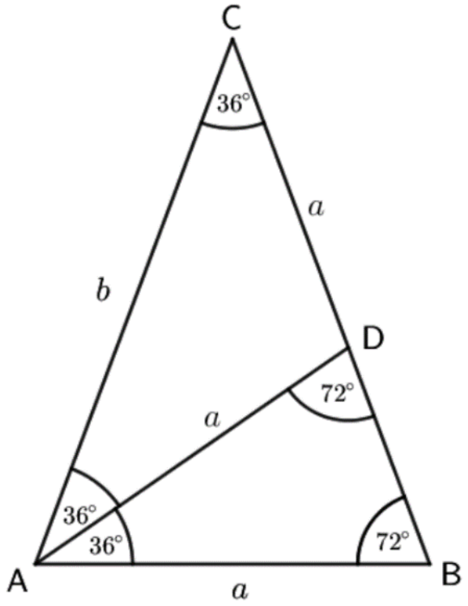
7. ábra: A 72°-os alapon fekvő szögű egyenlőszárú háromszög magassága.

A magasság a háromszöget két derékszögű háromszögre osztja, amelyekben a 72°-os szög melletti befogó $\frac{1}{2}a$ hosszúságú, az átfogó pedig b hosszúságú. Így a BTC háromszögben felírható, hogy:

$$cos\,72\,° = \frac{a}{2b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} \qquad (10)$$

Második számítási módszer

A következő módszer csak a BD oldal hosszának meghatározásában különbözik az előzőtől.



8. ábra: A háromszögek és oldalhosszaik.

Mivel $DAB\sphericalangle = 36°$ és $DBA\sphericalangle = 72°$, ezért $ADB\sphericalangle = 72°$, vagyis a BAD háromszög egyenlőszárú. Ebből következik, hogy az AD és AB oldalak egyenlő hosszúságúak. A $DAC\sphericalangle = DCA\sphericalangle = 36°$, így az ADC háromszög is egyenlőszárú, ahol a CD és az AD oldalak hossza egyenlő.

$$CD + BD = b \tag{11}$$

$$a + BD = b \tag{12}$$

$$BD = b - a \tag{13}$$

Mivel a BDA és az ABC háromszögek hasonlóak, fennáll a következő:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{AC} \tag{14}$$

$$\frac{b-a}{a} = \frac{a}{b} \tag{15}$$

A nevezőkkel megszorozva az egyenletet a következőt kapjuk:

$$b \cdot (b - a) = a^2 \tag{16}$$

$$b^2 - ab = a^2 \tag{17}$$

Átrendezve a kifejezést ugyanahhoz az egyenlethez jutunk, mint az előző módszerben.

$$a^2 + ab - b^2 = 0 \tag{18}$$

Így az előző számolás 7. egyenletéhez jutottunk. Innentől a megoldás ugyanaz, mint az előző számolási módszerben.

Harmadik számítási módszer

Trigonometrikus azonosságok felhasználásával is ki lehet számítani a $\cos 72\,°$ értékét. Legyen $\alpha = \frac{2\pi}{5} = 72°$. Keressünk most egy olyan egyenletet, amelynek gyöke $\frac{2\pi}{5}$. A $\cos\frac{4\pi}{5}$ értéke megegyezik a $\cos\frac{6\pi}{5}$ értékével, mivel az összegük 2π. Ebből adódik, hogy:

$$cos\,2\alpha = cos\,3\alpha \tag{19}$$

Felhasználva a következő addíciós képleteket és a trigonometrikus pitagoraszi azonosságot ki tudjuk fejezni a $cos\,2\alpha$ és $cos\,3\alpha$ kifejezéseket.

$$sin^2\alpha = 1 - cos^2\alpha \tag{20}$$

$$cos\,2\alpha = 2cos^2\alpha - 1 \tag{21}$$

$$sin\,2\alpha = 2 \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha \tag{22}$$

$$\begin{aligned} cos\,3\alpha &= cos(2\alpha + \alpha) = cos\,2\alpha \cdot cos\alpha - sin\,2\alpha \cdot sin\alpha \\ &= 2cos^3\alpha - cos\alpha - 2 \cdot sin^2\alpha \cdot cos\alpha = 4cos^3\alpha - 3cos\alpha \end{aligned} \tag{23}$$

Behelyettesítve a $cos\,2\alpha$ és $cos\,3\alpha$ helyére a fenti kifejezéseket a következő egyenlethez jutunk:

$$2cos^2\alpha - 1 = 4cos^3\alpha - 3cos\alpha \tag{24}$$

$$4\,cos^3\,\alpha - 2\,cos^2\,\alpha - 3\,cos\,\alpha + 1 = 0 \tag{25}$$

Helyettesítsünk a $cos\alpha$ helyébe x-et:

$$4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0 \tag{26}$$

Próbálgatással hamar adódik, hogy az egyenlet gyöke az 1. Egyetemi ismeretekkel a racionális gyökteszt segítségével is kereshetünk gyököt. Kiemelhetjük ezután az egyet, mint gyöktényezőt, így a polinomot egy elsőfokú és egy másodfokú kifejezés szorzataként írhatjuk fel.

$$(x - 1) \cdot (4x^2 + 2x - 1) = 0 \tag{27}$$

A másodfokú egyenlet megoldásait a másodfokú egyenlet megoldóképletével megkereshetjük, majd vissza tudjuk helyettesíteni az eredeti kifejezést az x helyébe.

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \tag{28}$$

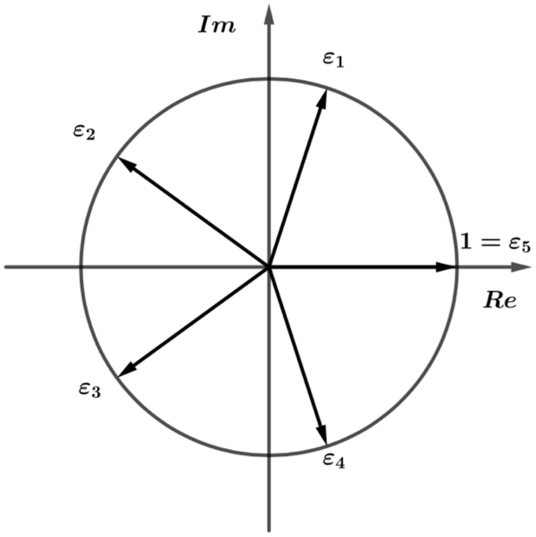
A megoldás a pozitív gyök, mivel a 72° a 0° és a 90° között van.

$$cos\,\alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \tag{29}$$

Negyedik számítási módszer

Most a körosztási polinomok segítségével fogom kiszámolni $\cos 72\,°$ értékét, az első primitív ötödik egységgyök valós részének meghatározásával. Az ötödik egységgyökök azok a komplex számok, amelyek gyökei a következő egyenletnek.

$$x^5 = 1 \tag{30}$$



9. ábra: Az ötödik egységgyökök

Az ötödik egységgyökök közül csak a primitív ötödik egységgyököket szeretném vizsgálni. A fenti egyenlet minden gyöke primitív az 1-en kívül, mivel az 5 prímszám. Az egyenletet elosztva az 1 gyöktényezőjével, pontosan az ötödik körosztási polinomot kapjuk.

$$\frac{x^5 - 1}{x - 1} = 0 \qquad (31)$$

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \qquad (32)$$

Az ötödik körosztási polinom egy reciprok egyenlet, mivel az együtthatói szimmetrikusak. A reciprok egyenletek minden $x = \alpha$ gyökére $x = \frac{1}{\alpha}$ is gyöke, azonos multiplicitással, tehát kifejezhető az egyenlet az $x + \frac{1}{x}$ polinomjaként is. A reciprok egyenleteknek a nulla sohasem gyöke, így eloszthatjuk az egyenlet mindkét oldalát x^2-nel.

$$x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \qquad (33)$$

$$\left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0 \qquad (34)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0 \qquad (35)$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \qquad (36)$$

Egy egységhosszú komplex számnak a reciproka éppen a konjugáltja. Ezért, ha nézzük egy egységhosszú komplex szám és reciprokának az összegét, az pont ugyanaz, mint a konjugálttal vett összege, ami pedig nem más, mint a valós résznek a kétszerese. Ezért az egyenlet gyökei éppen $\cos\alpha$ kétszeresei.

$$x + \frac{1}{x} = 2\,cos\,\alpha \qquad (37)$$

A megoldás a pozitív gyök, mivel a 72° a 0° és a 90° között van.

$$2\,cos\,\alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \qquad (38)$$

Ötödik számítási módszer

Legyen $\alpha = \frac{2\pi}{5}$, és vegyük az egység hosszú, alfa szögű komplex számot, azaz az első ötödik egységgyököt.

$$\varepsilon = cos\,\alpha + i \cdot sin\,\alpha \qquad (39)$$

Komplex számok hatványozásakor igaz, hogy a szöget a kitevővel kell szorozni, a hosszat pedig a kitevőre kell emelni. Egy egység hosszúságú komplex szám ötödik hatványa tehát, egy ugyanolyan hosszúságú komplex számmal egyezik meg, aminek a szöge az eredeti szám ötszöröse.

$$\varepsilon^5 = (cos\,\alpha + i \cdot sin\,\alpha)^5 = cos\,5\,\alpha + i \cdot sin\,5\,\alpha \qquad (40)$$

Azt is tudjuk, hogy ha az első ötödik egységgyököt ötödik hatványára emelve 1-et kapunk.

$$(cos\,\alpha + i \cdot sin\,\alpha)^5 = 1 \tag{41}$$

Fejezzük ki most az egyenlet bal oldalát a binomiális tétel segítségével.

$$\begin{aligned}(cos\,\alpha + i \cdot sin\,\alpha)^5 = &\binom{5}{0} cos^5\,\alpha + \binom{5}{1} cos^4\,\alpha \cdot i \cdot sin\alpha + \\ &+ \binom{5}{2} cos^3\alpha \cdot i^2\, sin^2\,\alpha + \binom{5}{3} cos^2\alpha \cdot i^3 \cdot sin^3\,\alpha + \\ &+ \binom{5}{4} cos\alpha \cdot i^4\, sin^4\,\alpha + \binom{5}{5} i^5 sin^5\,\alpha\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}(cos\,\alpha + i \cdot sin\,\alpha)^5 = &\, cos^5\,\alpha + 5\,cos^4\,\alpha \cdot i \cdot sin\,\alpha - \\ &-10cos^3\alpha \cdot sin^2\,\alpha - 10cos^2\alpha \cdot i \cdot sin^3\,\alpha + \\ &+5\,cos\,\alpha \cdot sin^4\,\alpha + i\,sin^5\,\alpha\end{aligned} \tag{43}$$

Tudjuk, hogy a hatványozás eredményeképp 1-et kapunk, amely egy tisztán valós szám, így a valós része 1, a képzetes része pedig 0. Ezért a fenti összeg valós és képzetes részeire is fennáll ez.

$$\mathrm{Re}(\varepsilon^5) = \cos^5\alpha - 10\cos^3\alpha \cdot \sin^2\alpha + 5\,cos\,\alpha \cdot \sin^4\alpha = 1 \tag{44}$$

$$\mathrm{Im}(\varepsilon^5) = 5\cos^4\alpha \cdot i \cdot sin\,\alpha - 10\cos^2\alpha \cdot i \cdot \sin^3\alpha\cos\alpha + \mathrm{i} \cdot \sin^5\alpha = 0 \tag{45}$$

Vizsgáljuk meg a kifejezés valós részét, és használjuk a pitagoraszi azonosságot a szinuszos kifejezéseken.

$$cos^5\,\alpha - 10\,cos^3\,\alpha \cdot (1 - cos^2\,\alpha) + 5\,cos\,\alpha \cdot (1 - cos^2\,\alpha)^2 = 1 \tag{46}$$

$$cos^5\,\alpha - 10\,cos^3\,\alpha + 10\,cos^5\,\alpha + 5\,cos\,\alpha - 10cos^3\alpha + 5cos^5\alpha = 1 \tag{47}$$

$$16\,cos^5\,\alpha - 20\,cos^3\,\alpha + 5\,cos\,\alpha = 1 \tag{48}$$

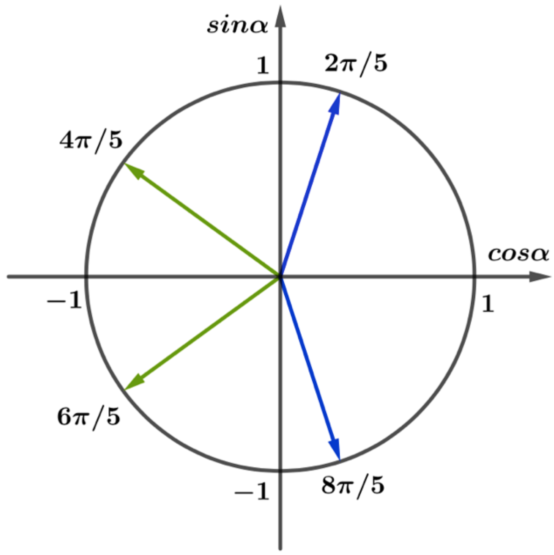
A $\cos\alpha$ helyébe x -et írva a következő polinomot kapjuk.

$$16x^5 - 20x^3 + 5x - 1 = 0 \tag{49}$$

Az eredeti egyenlet gyökei azok a $\cos\alpha$ értékek voltak, ahol $\cos 5\alpha$ egyenlő eggyel. Innen biztosan tudjuk, hogy ennek az egyenletnek gyöke a $\cos 0°$, ami 1. A gyöktényezőt kiemelve az következőt kapjuk.

$$(x-1)\cdot(16x^4+16x^3-4x^2-4x+1)=0 \qquad (50)$$

A maradék gyökök a $\cos\frac{2\pi}{5}$, $\cos\frac{4\pi}{5}$, $\cos\frac{6\pi}{5}$, $\cos\frac{8\pi}{5}$, amik páronként egyenlőek, mivel az összegük 2π. Tehát két kettős gyök is van, ezért a kifejezés egy másodfokú polinom teljes négyzete.



10. ábra: Az egyenlet gyökei az egység körön ábrázolva.

$$(x-1)\cdot((4x^2)^2+2(4x^2\cdot 2x)-(2x)^2-2\cdot 2x+1)=0 \qquad (51)$$

$$(x-1)\cdot(4x^2+2x-1)^2=0 \qquad (52)$$

A másodfokú egyenlet megoldásai kiszámolhatók a másodfokú egyenlet megoldóképletével:

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+16}}{8}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4} \qquad (53)$$

A megoldás a pozitív gyök, mivel a 72° a 0° és a 90° között van.

$$x=\frac{-1+\sqrt{5}}{4} \qquad (54)$$

5. FELHASZNÁLT IRODALOM

Anisa, K. K., Marmanto, S., & Supriyadi, S. (2020). The effect of gamification on students' motivation in learning English. *Leksika*, 10(1):22-28.

Astin, A. W. (1984). Student Involvement: A Developmental Theory for Higher Education. *Journal of College Student Development*, 40:518-529.

Bartle, R. A. (2003). *Designing Virtual Worlds.* New Riders Publishing.

Bawa, P. (2016). Retention in Online Courses: Exploring Issues and Solutions. *SAGE Journal*, 6(1).

Beagley, J. E., & Capaldi, M. (2016). The Effect of Cumulative Tests on the Final Exam. *PRIMUS: problems, resources, and issues in mathematics undergraduate studies*, 26(9).

Bereczky-Zámbó, C. G., Muzsnay Anna, & Szeibert, J. (2019a). A teszteléses tanulás hatékonyságának vizsgálata az elemi geometria tanításában.

Bereczky-Zámbó, C. G., Muzsnay, A., & Szeibert, J. (2019b). *Az előhívási hatás eredményessége a deduktív gondolkodást igénylő feladatok esetén.*

Boyatzis, R. E., Smith, M. L., & Blaize, N. (2006). Sustaining leadership effectiveness through coaching and compassion: It's not what you think. *Academy of Management Learning and Education*, 5: 8-24.

Cahyani, A. (2016). Gamification Approach to Enhance Students Engagement in Studying Language course. *MATEC Web of Conferences*, 58(4):03006.

Chen, J. J.-l. (2008). Grade-Level Differences: Relations of Parental, Teacher and Peer Support to Academic Engagement and Achievement Among Hong Kong Students. *School Psychology International*, 29(2):183-198.

Csehné Szenderák, J., Stirling, A. K., & Szörényi, S. (2023). Kell-e félnünk a cos15°-tól? Ha igen bizonyítsd, ha nem mutass ellenpéldát! *OTDK dolgozat*.

Csíkszentmihályi, M. (1985). *Beyond Boredom and Anxiety: The Experience of Play in Work and Games.* San Francisco: Jossey-Bass.

Csíkszentmihályi, M. (1991). *Flow: The Psychology of Optimal Experience.* New York: Haper Collins.

Dörfler, V., Macbryde, J., & Shpakova, A. (2016). Gamification andinnovation: a mutually beneficial union. *BAM 2016: 30th annual conference of the British Academy of Management*, (old.: 1-18). Newcastle-upon-Tyne.

Dunlosky, J., Rawson, K. A., Marsh, E. J., Nathan, M. J., & Willingham, D. T. (2013. January 14). Improving Students' Learning With Effective Learning Techniques: Promising Directions From Cognitive and Educational Psychology. *Psychol Sci Public Interest*, old.: 4-58.

Eisenberg, N. I., Lieberman, M. D., & Williams, K. D. (2003. Október 10.). Does rejection hurt? An FMRI study of social exclusion. *Science*, old.: 302(5643): 290-292.

Eisenberger, N. I. (2012). The pain of social disconnection: examining the shared neural underpinnings of physical and social pain. *nature Review Neuroscience*(13), 421-434.

Elliot, A. J. (2008). *Handbook of Approach and Avoidance Motivation.* Abingdon: Routledge.

Fredericks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). School Engagement: Potential of the Concept, State of the Evidence. *Review of Educational Research*, 74(1):59-109.

Herbert, M. (2006). Staying the Course: A Study in Online Student Satisfaction and Retention. *Online Journal of Distance Learning Administration*, 9(4).

Heyman, E. (2010). Overcoming Student Retention Issues in Higher Education Online Programs. *Online Journal of Distance Learning Administration*, 13(4).

Huotari, K., & Hamari, J. (2017). A definition for gamification: anchoring gamification in the service marketing literature. *Electronic Markets*, 21-31.

Jackson, L. A., Witt, E. A., Games, A. I., Fitzgerald, H. E., von Eye, A., & Zhao, Y. (2012). Information technology use and creativity: Findings from the Children and Technology Project. *Computers in Human Behavior,*, 28(2):370-376.

Kapp, K. M., Blair, L., & Mesch, R. (2013). *The Gamification of Learning and Instruction Fieldbook: Ideas into Practice.* San francisco: John Wiley & Sons.

Keith, M. J., Anderson, G., Dean, D. L., & Gaskin, J. E. (2018). Team Gaming for Team-building: Effects on Team Performance. *AIS Transactions on Human-Computer Interaction*, 205-231.

Lawrence, N. K. (2013). Cumulative Exams in the Introductory Psychology Course. *Teaching of Psychology*, 40(1):15-19.

Lieberman, M., & Eisenberg, N. I. (2009). Neuroscience: Pains and pleasures of social life. *Science*, 323(5916):890-891.

Lister, M. (2015). Gamification: The effect on student motivation and performance at the post-secondary level . *Issues and Trends in Educational Technology* , 3(2).

McGonigal, J. (2011). *Reality is broken: Why games make us better and how they can change the world.* Penguin Books.

Newmann, F. M. (1992). *Student Engagement and Achievement in American Secondary Schools.* New York: Teachers Collage Press.

Rock, D. (2008). SCARF: a brain-based model for collaborating with and influencing others. *NeuroLeadership Jounal*.

Roy, A., & Ferguson, C. J. (2016). Competitively versus cooperatively? An analysis of the effect of game play on levels of stress. *Computers in human behaviour*.

Russoniello, C., & O'Brien, K. (2009). The effectiveness of casual video games in improving mood and decreasing stress. *Journal of Cyber Therapy and Rehabilitation*, 2(1):53-66.

Sailer, M., Hense, J. U., Mayr, S., & Mandl, H. (2017). How gamification motivates: An experimental study of the effects of specific game design elements on psychological need satisfaction. *Computers in Human Behavior*, 69:371-380.

Seligman, M. E., & Csíkszentmihályi, M. (2000). Positive Psychology: An Introduction. *American Psychologist*, 55(1):5-14.

Skinner, E. A., & Belmont, M. J. (1993). Motivation in the classroom: Reciprocal effects of teacher behavior and student engagement across the school year. *Journal of Educational Psychology*, 85(4): 571-581.

Szabó, C., Bereczky-Zámbó, C. G., Stirling, A. K., Szenderák, J., & Szörényi, S. (2021). Geometric representations of irrational algebraic numbers in Hungarian high school mathematics education. In É. Vásárhelyi, & J. Sjuts, *Theoretische und empirische Analysen zum geometrischen Denken : Mathematiklernen und-lehren in Ungarn 3 Münster: WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien* (old.: 323-340). Münster: WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Szabó, C., Szenderák, J., & Szörényi, S. (2021). A játékosítás lehetőségei a közoktatásban. *Képzés és Gyakorlat*, 141-150.

Szenderák, J., & Szörényi, S. (2020). A játékosítás hatékonysága az egyetemi oktatásban. *OTDK dolgozat*.

Szenderák, J., & Szörényi, S. (2020). A játékosításban rejlő lehetőségek a közoktatásban: miért, mikor, hogyan?

Treiblmaier, H., & Putz, L.-M. (2020). Gamification as a moderator for the impact of intrinsic motivation: Findings from a multigroup field experiment. *Learning and Motivation*, 71.

Vigotszkij, L. (1967). *Gondolkodás és beszéd.* Budapest: Akadémiai Kiadó.

Zichermann, G., & Cunningham, C. (2011). *Gamification by Design: Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps.* O'Reilly Media.

[1] Aquilone Training Kft. honlapja
https://www.aquilone.hu

[2] Algebra és számelmélet 1. tematikája
https://ewkiss.web.elte.hu/html/Tanarszak_new/tanarszak/mm5t3al1.html

6. MELLÉKLETEK

1. melléklet:

Ábrajegyzék

2. melléklet

A hallgatók visszajelzései

1) Először egy mélyvíz volt nekem ez a kurzus. Az első két hónapban teljesen kétségbe voltam esve, hogy hogyan fogom tudni elvégezni ezt a tárgyat. A második héten már bizonyítani kellett, holott én még azt sem tudtam mi az a bizonyítás, hisz életemben nem hallottam még róla. De nagyon segítőkészek voltak a tanárok a félév során és ez megkönnyítette a belerázódást. Egyre több sikerélményem lett, és végül az 5öst is sikerült elérnem. (Köszönjük a nagyvonalú ponthatárokat, úgy érzem így megvan az eredménye a sok erőfeszítésnek!!!) A könnyített vizsga egy óriási öröm!!! Ezt is köszönjük!! Egyrészt jobban figyeltem az év közben a bizonyításokra emiatt, másrészt 'vizsgastresszben' minden sokkal nehezebb, így több esélyünk van a sikeres vizsgára.

Az is nagyon jó, hogy a beadott feladatokból lesz a vizsga. Igazából minden nagyon jó. :D

2) Tetszett ez a kurzus, köszönjük szépen, már csak a sikeres vizsga kell a teljes boldogsághoz. :)

3) 36 éves vagyok és tanultam már néhány helyen, de ilyen tanulóbarát (és egyben hatékony) teljesítményértékelési módszerrel még nem találkoztam. Az egész rendszer a maga játékosságával és az oktatók humorával megspékelve elhiteti velem, hogy képes vagyok elsajátítani, amit kell, még ha egy-egy előadáson (főleg a második negyedévben) időnként csak pislogtam, és úgy éreztem, kész, végem van, elvesztem...

   Ami a legfontosabb: korábban soha nem éreztem azt a tanulmányaim során, hogy az oktató ilyen sokat tesz azért, hogy a diákok megtanulják, amit kell, és nem a számonkérésen van a hangsúly, illetve azon, hogy mit nem tudunk.

   Érdekes, hogy ez a rendszer segített elengedni az egészségtelen maximalizmusomat is, és bár az ötösre hajtottam, most örülök annak, hogy az anya/feleség/háziasszony szerepek mellett saját magam túlhajtása nélkül is sikerült 4-est elérnem (a pontokkal, mert még nem vizsgáztam le), bár a bizonyításokkal meggyűlt a bajom... :D

   Biztos, hogy oktatóként fogok használni hasonló játékos pontgyűjtési rendszert az értékelésemben.

   Köszönöm, hogy részese lehetettem a kísérletnek. :)

4) Nagyon szereteeeem

5) Az első hetekben rettegtem tőle. Úgy éreztem, hogy még a 2-eshez elegendő pont sem lesz meg. Borzalmasan mentek a bizonyítások is. Alig értettem valamit. De a Tanár úrnak és a gyakorlatvezetőmnek köszönhetően sikerült belerázódnom, megértettem az elvárásokat. Még mindig nem tartom magam valami jónak, de már merek kérdezni és merek hibázni, mert tudom, hogy ezek a fejlődésemet segítik. Jó tudni, hogy ha valamit nem értek, van kihez fordulni. Ez a pontrendszer szuper!!!

6) Nekem nagyon tetszik ez a pontrendszeres dolog, sokkal motiválóbb gyűjtögetni a pontokat, mint jegyeket szerezni, amik majd átlagolódnak. Meg kell hagyni, az 5ös ponthatár elérése után csökkent a feladatmegoldásra való hajlandóságom. Kellemes volt, hogy már az elejétől röpködtek a pluszpontok, illetve szerintem az is pozitívum, hogy ennyi féle pontszerzési lehetőség volt. Ennek a hátránya mondjuk az, hogy volt

amikor elvesztem már a kicsit megbonyolódott rendszerben, de igazából ez nem jelentett számomra hátrányt, szóval elhanyagolható részemről.

Tetszett továbbá a rugalmasság, hogy nem óra végén kellett bizonyítani, illetve nem voltak véresen komolyan véve a határidők, sőt a késésekre is volt rendszer.

Az előadás szerintem nagyon jó hangulatú volt, tényleg szerettem ott lenni, de sajnos az anyagot nem ott értettem meg, mert ahhoz túl gyors volt. A félév végén nekem most úgy tűnik hogy lazák az órák, és így feleslegesnek érzem az eddigi sietséget. Szerintem jó lennne, ha el lehetne osztani egyenletesebben a tananyagot. Vagy felőlem lehetne hosszabb az előadás, sőt örültem volna neki.

A gyakorlat is jó volt, az elején a pihentető kérdések kifejezetten tetszettek, nagyon jó ötlet volt, csak a végére szerintem kicsit kifulladt, bár betudhatjuk ezt az online oktatásnak. Talán kicsit több időt hagynék az egyéni munkára már az év elején is, ugyanakkor az is fontos hogy tényleg minden feladat megoldását átbeszéljük, úgyhogy nem tudom mennyire férne bele az időbe. A megoldások amúgy számomra jól követhetőek voltak, ha volt kérdésem arra is korrekt választ kaptam, segítőkész gyakvezem volt, szóval teljesen elégedett vagyok.

Ezzel a kérdőívvel kapcsolatban annyit jegyeznék meg, hogy a másik tárgyam (nem matek)-kal kapcsolatos kérdéseknél nem biztos, hogy releváns a véleményem, hiszen nem sok ahhoz kapcsolódó órán vettem még részt.

7) Magasan jobban érzem magam algebra előadason és gyakorlaton, mint a többi matekos órán. Szerintem sokkal többre visz az a "kikérdezési" módszer, amit ezen a kurzuson használ a Tanár Úr és a gyakorlat vezetők, mint a többi órán. Ez sarkall a hétről-hétre készülésre, amiért nagyon hálásak lehetünk a félév vége fele. Továbbá sokkal barátságosabb a légkör gyakorlaton, mint máshol így sokkal energikusabban ülöm végig. Sokkal könnyebben tudok figyelni akár sokkal hosszabb ideig is.

8) Sziasztok! Azt mindenképp hozzátenném, hogy a gyakorlat pontgyűjtögetős rendszere mennyire jó ötlet. Sokkal ösztönzőbb, hogy hétről hétre látod, hol tartasz és hallgatóbarátabb is, hogy nem két zh-n múlik az egész, hanem sok beadandóból tevődik össze a gyakorlati jegyed. A gyakvezetőm is szuper volt, bár csak egyikőtökhöz jártam, szerintem mindhárman magatokra vehetitek egész nyugodtan :) Volt szerencsém tavaly is felvenni ezt a kurzust, de idén sokkal jobb hangulatúra sikerültek a gyakorlatok az online formátum ellenére is. Köszi :)

9) A táblavezetés borzalmas, az írás nehezen olvasható. Rendre megaláz diákokat vicceskedésnek álcázva. Nem magyaráz rendesen és emellett folyton hangoztatja hogy milyen jól magyaráz. Elhúzza az időt a csevegéssel. Véletrenszerűen pontozza a beadadókat, ha más könyvéből bizonyítasz vagy valami az kb tizedannyi pont mintha a sajátját írnánk. Sok beadanónál amibe beleköt azt máshol elfogadja és a szinte teljesen megegyező dolgozatokra is messze eltérően pontozza. Az órája csapongó és követhetelten de még szólni sem lehet mert bosszút áll és szivat, úgyhogy remélem tényleg anonim, a tanárértékelésen úgyis kapja még ami jár neki, amit a markmyprofessoron írnak és negatív mind igaz. Ja igen ő Szabó Csaba.

10) Néha jó lett volna tudni, hogy kedvenc Szabó Csabánk mit vár egy-egy bizonyításnál, de később a mintabizonyítások nagyon sokat segítettek. Azt mondjuk azóta sem értem, hogy miért lenne rosszabb az internetkapcsolat minősége Pesten, mint Budán, de szerintem miután megismertük és megszoktuk a tanár úr stílusát, azután a megértés is könnyebb lett. A gyakorlatokban nagyon tetszett, hogy interaktívak volták, lehetett szabadon kérdezni, hibázni, minden megengedett volt.

11) Annak ellenére, hogy talán ebből a tárgyból tanultuk ebben a félévben a legtöbb új, sokszor idegen dolgot, ez a kedvenc tárgyam. Ennek egyik fő oka az, hogy a félév elejétől kezdve tudtuk, mit kell teljesíteni ahhoz, hogy például könnyített vizsgát tehessünk. Ezeket a dolgokat remekül ki lehetett tűzni célként és ha egy-egy ilyen kitűzött cél sikerült, az nagy megkönnyebbülés volt.

    Nagyon motiváló a pontrenszernek az a tulajdonsága, hogy nem azt értékeli, nem arra kíváncsi, amit nem tudunk, hanem arra, amit tudunk. Így én például a hibázástól való félelem, szorongás helyett hétről-hétre szívesen foglalkoztam a kitűzött feladatokkal és mindig jó volt érezni, hogy a ráfordított időnek van eredménye.

    A heti feladatsorokon különösen tetszettek azok a feladatok, amikben volt valami "körítés", gonosz boszorkány, lottó vagy éppen gombócevő verseny. Ezeknek mindig nagy kedvvel láttam neki.

    Szóval a mondandóm lényege, hogy nagyon tetszik ez a rendszer és nagyon motiváló, nagyon jól ki van találva:)

12) Technikailag nagyon rosszul volt megoldva az, hogy alig láttunk a táblából sokszor bármit. Jobb lett volna egy digitális whiteboardos megoldás

Az előadáson elhangzott bizonyítások nem voltak egyértelműek. Máshonnan ki keresett bizonyításokat rendszeresen nem elfogadottnak nyilvánították.

A tanár úr sokszor hadar és kaotikusan, illetve nagyon átláthatatlan tábla vezetéssel magyaráz. Nem kaptunk pontos visszajelzést arról, hogy mi a hibás Egy adott házi feladatban amit elrontottunk.

13) Remek ötletek sora, élvezhető és játékos megközelítése a tanulásnak.
14) A tanár úr pörög, mint a mérgezett búgócsiga, és így amennyire élvezhető minden egyes órája, annyira követhetetlen is.
15) Összességében nagyon örültem, hogy részese lehettem ennek az egésznek, élveztem, de sajnos van egy olyan érzésem, hogy legalább még egyszer újra fogom élni mindezt, akkor már remélem utoljára :D
16) Nagyon érződik, hogy mennyi előkészület és munka van a háttérben, olyan, mintha ebből lenne a legtöbb órám, pedig másból is van ennyi, csak ott nincs ennyi program (feladat) a héten. Nagyon szerettem ezt a kurzust, jó keretet adott. Az a sejtésem, hogy ezen a kurzuson sikerült egyedül (persze az én kurzusaim közül) kihasználni az online oktatás adta új lehetőségeket. Köszönjük!!
17) Az első előadás nagyon nagy sokk volt számomra és teljesen kétségbeestem, de utána fokozatosan kezdett javulni a helyzet szerencsére. Tetszett, hogy a heti feladatsorokon a feladatok hasonlítottak az óraiakra, így mindig volt néhány feladat, amihet hozzá tudtam szólni. (A feladatsorokon levő OR kódok is nagyon jók voltak. :)))

    Ami még nagyon tetszett, hogy ha úgy gondoltátok, hogy valami nem működik úgy, ahogy vártátok vagy szerettétek volna, akkor változtattatok rajta, hogy nekünk a lehető legjobb legyen.:)
18) Az elején elég megrettentő volt a Tanár Úr személyisége, de idővel megtanulja megszeretni (elfogadni) az ember. Szerencsére a gyakorlatvezetőn zseniális volt és mindenben nagyon készségesen segített, akár unásig magyarázva egy-egy pofon egyszerű tételt, amit nem akartunk megérteni. (Köszi Sári <3)
19) Előadások és gyakorlatok előtt-alatt-után jó érzés volt beszélgetni másról is mint a tananyag, ez szerintem sokat segített a közösség formálásában ebben a szerencsétlen időben. Mindig jó hangulat uralkodott és a szenvedés összehozza az embereket :D
20) Szemmel látható, hogy nagyon sok energiát fordítanak bele az oktatók, hogy minél gyorsabban és hatékonyabban haladjunk az anyaggal. A technikai problémákat

leszámítva minden tetszik, bármi lemaradás csak ezért szokott nálam előfordulni. A kérdéseimre mindig kapok választ és a pontjaim is jól tükrözik, miben kell mégtöbbet fejlődnöm.

21) Igazából engem tökre érdekelne, hogy milyen kutatást csináltatok. Már amikor említettétek párszor órákon is, hogy van egy kutató csoport, akkor felcsillant egy kicsit a szemem. Meséltek majd erről egy kicsit? Sok sikert a TDK-hoz!
22) Sok feladatban a feladatíró nem ír ki számára egyértelmű dolgokat (pl: p=prím; mod p nézzük a feladatot) és e szerint van az értékelés. Viszont a nem teljesen egyértelmű feladatmegfogalmazásból következő más megoldást is jó megoldásként kéne elfogadni. Ez főleg a leendő tanároknak szúrhat szemet. A kvízben kifejezetten rossz (hogy a jogi oldalát ne is említsük), hogy volt olyan kérdés, aminek semmi köze a tárgyhoz, és ez volt értékelve (pl mit nem csinálhatunk a hétvégén a mai szabályváltozások után).
23) Mivel a tárgy együtt van a tanárszakosokkal, nekik könnyebb követelményeket kéne támasztani, mint a matematikusnak készülőknek, mivel a tanulmányaik célja teljesen más.
24) A gyakorlatok szerintem hasznosabbak voltak, mint az előadás.
25) Kifejezetten rossznak tartom, hogy a Tanár úr a saját gyakorlatába tartozó emberekkel magánbeszélgetést folytatott előadáson is.
    Pozitívum volt, mikor az előadáshoz tartozó bizonyítás külön került és nyugodtabban lehetett megírni.
26) Az előadás menete és módja kifejezetten rossz, a tanárszakosoknak tökéletes példa, hogy hogyan nem szabad órát tanítani. Legyen inkább teljes 1,5 óra az előadás, de ne legyen kapkodás, sokszor volt, hogy a táblán levő anyagot nem lehetett leírni, mert törlésre került az idő szűke miatt. Illetve el kéne hagyni a direkt hibát csinálunk, majd valamikor javítva lesz. Így a rosszat fogjuk megtanulni. A technikai részhez biztos lehetne segítséget kérni, a jó webkamera nem elég a jó minőséghez. Laptop helyett PC használata, vezetékes internettel lehet hogy elég is. Más tárgyból például a falon van a tábla, így a kamera nem fókuszálhat a tábla mögé. A folyamatos mozgás a tábla és a kamera között szintén rontja a felvételt. Sok esetben pedig pont a Tanár úrtól nem látszott, hogy mi van a táblán, esetleg más szögből venni a táblát.
27) A gyakvezek jobb, élvezetesebb és érthetőbb órát tartottak, mint a Tanár úr.

28) Nagy általánosságban a tárgy jó és hasznos, kifejezetten jó, hogy néha előkerült példa a való életből is a tárgyhoz kapcsolódóan.

29) Nekem sajnos másodszorra kellett felvenni a kurzust, de abszolút pozitív dolgokat tapasztaltam. Nem érzem, hogy le lennék nézve azért, mert nem tudok egyből valamit. A gyakorlatvezetőm nagyon kedves és segítőkész. Nagyon szeretek az óráin részt venni. Remélem következő félévben is fog gyakorlatot tartani.

30) Nekem egy ilyen gondolatom lenne, rossz indulat nélkül, de mint észrevétel:
A bizonyításokban szereplő tételeket úgy bizonyítani az órán, ahogyan a Tanár úr elvárja, mert sokszor találkoztam, azzal, hogy az órán máshogy bizonyítottunk, mint a jegyzetben. Viszont az órai jegyzetben nem teljes bizonyítást írtunk le. Elsőévesként fontosnak tartom, hogy tiszta képet kapjunk arról, mi a bizonyítás és egy-egy adott tételnél mit jelent az, hogy a bizonyítás elkezdődik és befejeződik, tehát van egy íve. Az előbbi (bizonyítás miben léte) teljesült, mert az év elején teljes körű tájékoztatást kaptunk, gyakoroltunk. Az egyre bonyolultabb tételek bizonyításánál viszont hiányzik az a biztonság, amit netán a félév elején éreztünk. Sokszor éreztem azt, hogy az ajánlott (Freud-Gyarmati-féle) jegyzetet használva nem szerezhetünk elegendő tudást a bizonyításokat tekintve. Van, amikor kifejezetten jó, hogy nem úgy bizonyítunk, mint a jegyzetben, mert a Tanár úr által mutatott mód sokkal egyszerűbb, követhetőbb. Na, mindegy...elég hosszúra sikeredett. Bocsánat!

31) Nagyon **jó** az, hogy így fel van építve a kurzus, sokkal tisztábbak az elvárások, mint más tárgyakból, és az év folymán, de főleg a végén jól **átlátható**, hogy hogyan állok/hol tartok, van **lehetőség**pluszpontok szerzésére *(bár számomra sajnos nem derült ki róluk, hogy pontosan mire is jók)* és javításra. Érvényesülhet az, hogy ki mennyi energiát fektet be, nem csak elvárásként, hanem a későbbi feladatok *(vizsga)* meg**könnyítés**eként is.

32) Nagyon jó fej vagyok, de nem tudok most építő jellegű hozzászólást kitalálni

33) Mire táncolnak az ELTE matektanárisok?
Logaritmusra.

34) Nagyon **Jóóóó** volt, és a tanár is kedves. :)
Jól felépített volt, és a nehézkes indulásom ellenére nagyon élvezhető is!