Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar

A TESZTELÉSES TANULÁS HATÉKONYSÁGÁNAK VIZSGÁLATA AZ ELEMI GEOMETRIA TANÍTÁSÁBAN

TDK dolgozat

Témavezető:

Szabó Csaba

egyetemi tanár

Algebra és Számelmélet Tanszék

Készítették:

Bereczky-Zámbó Csilla

matematika-fizika osztatlan tanárszak

Muzsnay Anna

matematika-kémia osztatlan tanárszak

Szeibert Janka

matematika-fizika osztatlan tanárszak

Tartalomjegyzék

1. Bevezető

A tanulásról és a memóriáról rengeteg régebbi és újabb elmélet létezik. Ezek többsége megegyezik abban, hogy a memória fő funkciói a kódolás, a tárolás és az előhívás. Kódolás alatt a memóriában való rögzítés folyamatát értjük, a tárolás pedig a rögzítettek „fejben tartása", vagyis ezek megmaradása a memóriában valamilyen formában. Az előhívás az a folyamat, amikor a tároltakat felidézzük és valamilyen formában felhasználjuk.
Iskolai környezetben a kódolás, tárolás és előhívás folyamatai a tanítás-tanulás folyamatának keretei között zajlanak. A még ma is általánosan elfogadott elképzelés a tanulásról az, hogy a tanulási folyamat az információ bevitele a memóriába. Az előhívás szerepe ebben a felfogásban kizárólag a tanulás eredményességének ellenőrzése. Előhívásra a tanulási folyamat végén/után kerül sor, felelés vagy dolgozat formájában.

A tesztelési hatás témában az egyik legismertebb Roediger és Karpicke (Roediger; Karpicke, 2006) kísérlete. A tesztelés és az ismétléses tanulás hatását hasonlították össze egy kétszázötven szavas szöveg tanulásánál. A kísérlet alanyai egyetemisták voltak, akiket két csoportra bontottak. Mindkét csoport elolvasta a tananyagot, majd ezt követően a kontroll csoport még háromszor újra elolvasta (ismétlés) a szöveget. A kísérleti csoport csak egyszer olvashatta el a szöveget és azt követően az ismétlés helyett három alkalommal vissza kellett emlékezniük a tanultakra – tesztelték őket a tanultakból. A két csoport tanulási eredményességét megvizsgálták öt perccel az utolsó tanulási fázis után és az utolsó tanulási fázist követően egy héttel később is. Az azonnali tesztelésnél nem meglepő módon az első csoport (akik a legtöbbször olvashatták el a szöveget) jobban teljesített, mint a második csoport (akiket újraolvasás helyett teszteltek). Az eredmény egy héttel az utolsó tanulási fázist követően megfordult: a kísérleti csoport több mindenre emlékezett, mint az újraolvasó csoport.

	Négyszer olvas	**1-szer olvas, 3-szor tesztelik**
5 perc múlva	82%	70%
1 hét múlva	40%	63%

1. táblázat: Roediger és Karpicke kísérletének eredménye

Felmerült az a kérdés is, hogy a tanulás sikere függ-e a tesztelés módjától. Erre Smith és Karpicke (Smith; Karpicke, 2014) a következő kísérletet dolgozta ki. Öt csoporttal tanultattak egy ötszáz szóból álló szószedetet. Az öt csoportból az egyik kontrollcsoport volt, a másik négyet négy különböző módon tesztelték. Egyet feleletválasztós teszttel, egyet kifejtős teszttel, egyet felidézéses teszttel, a negyediket pedig vegyesen. A kontrollcsoport hagyományosan újraolvasva tanult. A vegyes teszteléses csoport kérdései között „rövid kérdésekre válasz” és „feleletválasztós” típusú kérdések is szerepeltek. A négy teszteléses csoportnál nem volt újratanulás. Egy hét elteltével mind az öt csoportot újratesztelték. Két teszt volt, mindkét tesztben rövid kifejtős kérdések voltak. Az egyik teszt a tanult anyagban szereplő ismeretekre kérdezett rá, a másik teszt a frissen tanult anyag ismerete mellett igényelte a korábban tanultak alkalmazását is. Mindkét teszt során az újraolvasó csoport teljesítménye volt a leggyengébb, míg a többi négy csoport jól teljesített, a négy teszteléses csoport eredménye nem különbözött. Ezek alapján megállapíthatjuk, hogy a teszteléses tanulás bármely formája hatásosabb az újraolvasásos tanulásnál. A hangsúly tehát a már tanulási szakaszban történő aktív előhíváson van – és nem függ a tesztelés módjától. Smith és Karpicke azt is kimutatta, hogy az előhívásos tanulás nem csak az anyag felidézését, hanem annak alkalmazását is hatékonyabbá teszi.

Az elmúlt évtizedben az előhívási (tesztelési) hatást a hagyományos újraolvasással és egyéb tanulási módszerekkel szemben több száz tanulmány vizsgálta (Rowland, 2014, Adesope, Trevisan & Sundararajan, 2017). Az ezzel kapcsolatos kísérletek legnagyobb részét laboratóriumban végezték (Butler; Karpicke; Roediger, 2007). Ezen kísérletek többsége azt vizsgálja, hogy egy adott szövegre melyik tanulási módszerrel emlékeznek legjobban a diákok. Sokan egyéb helyzetekben is elvégezték a kísérletet és a tesztelési (előhívási) hatást kimutatták

- szövegtanulási helyzetben szavaknál (Zaromb és Roediger, 2010),
- kulcsszavak segítségével való tanulásnál (Pyc és Rawson, 2010),
- tankönyvi szövegeknél (Roediger és Karpicke, 2006b, Butler, 2010),
- térképen való tájékozódásnál (Carpenter és Pashler, 2007),
- orvostan hallgatóknál az újraélesztés technikáinak tanulásánál és gyakorlásánál (Kromann, Jensen, Ringsted, 2009).

A tesztelési hatást már több korosztályban is vizsgálták (Dunlosky et al, 2013):

- óvodás és iskolaelőkészítős gyerekeknél (Fritz, Morris, Nolan, Singleton, 2007; Kratochwill 1977),
- általános iskola alsó tagozatán (Atkinson, Paulson, 1972; Bouwmeester, Verkoeijen, 2011; Fishman, Keller, Atkinson, 1968; Gates, 1917; Metcalfe & Kornell, 2007; Metcalfe, Kornell, & Finn, 2009; Myers, 1914; Rea &Modigliani, 1985; Rohrer, Taylor, & Sholar, 2010; Spitzer, 1939),

- általános iskola felső tagozatán (Carpenter et al., 2009; Fritz, Morris; Nolan, Singleton 2007; Glover, 1989; McDaniel, Agarwal, Huelser, McDermott, & Roediger, 2011; Metcalfe, Kornell, & Son, 2007; Sones & Stroud, 1940)
- gimnáziumban (Carpenter et al., 2009; Fritz, Morris, Nolan, Singleton 2007; Glover, 1989; McDaniel, Agarwal, Huelser, McDermott, & Roediger, 2011; Metcalfe, Kornell, & Son, 2007; Sones & Stroud, 1940; Duchastel, 1981; Duchastel & Nungester, 1982; Marsh et al., 2009; Nungester & Duchastel, 1982, Dirkx; Kester; Kirsner, 2014),
- egyetemisták körében (Kromann et al., 2009; Schmidmaier et al., 2011, Butler, 2010, Carpenter et al. 2015, Little, Storm and Bjork, 2011),
- középkorúak és annál idősebbek körében (Balota, Duchek, Sergent-Marshall, & Roediger, 2006; Bishara & Jacoby, 2008; Logan; Balota, 2008; Maddox, Balota, Coane, Duchek, 2011; Sumowski, Chiaravalloti, DeLuca, 2010; Tse, Balota, Roediger, 2010).

Természetesen vetődik fel a kérdés: függ-e a tesztelés hatása attól, hogy a tesztalanyok kaptak-e visszajelzést a tanulási szakaszban arról, hogy a válaszaik helyesek voltak-e. Kang, McDermott és Roediger (Kang, McDermott, Roediger, 2007) erre találtak ki egy kísérletet. A felidézési teljesítményt rövid kifejtős kérdésekkel, illetve feleletválasztós teszttel mérték a tanulás után három nappal, és megvizsgálták van-e különbség attól függően, hogy a tanulási fázisban a tesztelés kifejtős kérdésekkel vagy feleletválasztós tesztekkel történt. Kiderült, hogy amikor van visszajelzés, akkor, ha csekély mértékben is, de a rövid kifejtős kérdésekre válaszolás előnyösebb, ha nincs visszajelzés, akkor a feleletválasztós teszt hatékonyabb.
Szinte az összes előhívási hatást vizsgáló kísérletet laboratóriumban, laboratóriumi körülmények között vagy laboratóriumban szimulált iskolai helyzetben végezték. Nagyon kevés olyan cikk született, amely valódi iskolában, valódi tananyagon és hosszabb távon vizsgálja az előhívási hatást. (McDaniel, Roediger and McDermott, 2007**,** Rawson, K. A., Vaughn, K. E., Walsh, M., & Dunlosky, J. 2018).

A teszteléses tanulást még senki nem vizsgálta a matematika területén, ahol nem csak lexikális tudás visszaadására van szükség, hanem megértésre is. A matematikában szükség van a megértésre feladatmegoldásoknál, bizonyításoknál, sőt néha definíciók, fogalmak esetében is. Kísérletünkben a tesztelési hatást vizsgáltuk egy szakközépiskolában, matematika órán. A kísérlet sok szempontból különbözik a korábbi, témájában hasonló kísérletektől. Az eddigi tesztelési hatást vizsgáló kísérleteket főleg laboratóriumban végezték. A laboratóriumi kutatások főként a tanulás során végbemenő agyi folyamatok megismerésére irányultak. Az agyi folyamatok részletes háttere még nem ismert, így nem nyilvánvaló, hogy a laboratóriumban vizsgált tanulási folyamatok a laboratóriumon kívül is ugyanúgy mennek-e végbe. Feltételezésünk az, hogy a teszteléses tanulás összefüggésben van a különböző tanulási és agyi folyamatokkal és nem laboratóriumi körülmények között is kimutatható a hatása. A kísérlet kitervezésénél és elemzésénél természetesen figyelembe kell venni a valós és a laboratóriumi körülmények közti különbségeket.

Egy másik különbség az eddigi kísérletekhez képest, hogy eddig, deduktív következtetéseket igénylő feladatokról nagyon kevés kísérlet szólt, és az idevágó az eredmények nem mutatnak egységes képet. Tran és társai (Tran, Rohrer, Pashler 2015). különböző eseménysorozatok leírását tartalmazó mondatokat tanultattak meg a kísérleti személyek „újraolvasós" és „tesztelős" csoportjával úgy, hogy a mondatok külön-külön, egymás után jelentek meg. A végső tesztben az egyes mondatok felidézésében kimutatható volt a tesztelési hatás, de amikor a mondatok alapján következtetéseket kellett levonni, nem volt különbség a két csoport teljesítménye közt. Ez alapján arra következtettek, hogy az olyan komplexitású feladatokban, ahol deduktív következtetésekre van szükség, a tesztelési hatás eltűnik. Eglington és Kang ugyanezt a kísérletet úgy hajtották végre, hogy egyben vetítették le a szöveget, nem pedig mondatonként. Így a következtetés levonását igénylő feladatokban érvényesült a tesztelési hatás. (Eglington és Kang 2016).

Ezen eredmények után többszörösen is kérdéses, hogy érvényesül-e az előhívási hatás matematika tanulásnál. Ugyanis a matematika területén folyton deduktív következtetéseket hajtunk végre. Az axiómák, az axiómarendszer a matematika alapja. Miután az axiómarendszer felépül, meghatározunk, definiálunk fogalmakat, amikkel dolgozni szeretnénk. A fogalommal kapcsolatosan kíváncsiak vagyunk bizonyos problémák megoldására, feloldására, így jön létre a problémafelvetésen-problémamegoldáson keresztül a tételek kimondása. A középiskolában nagyvonalakban ez úgy néz ki, hogy definíciók és alaptételek után a tanár által megadott állításokkal foglalkozunk. Több szinten foglalkozhatunk velük. Lehet olyan, hogy csak egy erős sejtésünk van az állítás helyességéről, pl. mert lerajzoltuk az ábrát és látjuk, hogy igaz vagy hamis az állítás. (Pl.: téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak.) Jobb esetben részben vagy teljesen be is bizonyíthatjuk az állítást. Minden esetben, amikor egy állításon gondolkodunk, akkor végiggondoljuk a tanult fogalmakat, az addig tanult állításokat és azok segítségével hozunk döntést arról, vajon igaz-e az állítás vagy sem. A gyakorlatban a matematika óra nagyon sokszor feladatmegoldásból áll. A feladatmegoldás is éppen azt jelenti, hogy a tudásunk segítségével megoldunk egy addig nem látott feladatot. Ez alól talán kivételt képez, amikor nagyon speciális algoritmusokat nagyon begyakoroljuk és már rutinból alkalmazzuk. Ilyen pl. a hatványozás. Jelen esetben egészen biztos, hogy nem lesz szó nagy begyakorlásról, hiszen ezek a diákok csak matematika órákon foglalkoznak a matematikával, mint ahogy azt majd a későbbiekben részletesen leírjuk.

Egy matematika dolgozatban sosem szó szerint ugyanazt a feladatot kérdezzük, mint amit együtt megoldottunk. A matematika feladatok összetettségét sokféleképpen mérik, ezek alapján elmondható, hogy a következő megoldási utak mind a deduktív képességünket használják föl:

- ismerjük, hogy milyen módszert kell alkalmazni a megoldáshoz, de szükség van egy ötletre,
- sokféle módszer közül ki kell választani a nekünk megfelelőt,
- sokféle módszer közül kell választani és utána még szükség van egy ötletre,
- ötletek sorozatát kellene alkalmazni úgy, hogy előre nem látjuk át a feladat megoldását.

Az órák során, a tesztelés során és a dolgozat alatt is az előbb felsorolt megoldási utakon keresztül kellett eljutniuk a feladatok megoldásához.

2. Első kísérlet

Egy szakgimnázium (Teleki Blanka Közgazdasági Szakgimnázium) és egy elit gimnázium (Városmajori Gimnázium) 9-es diákjai vettek részt a kísérletben. A szakgimnáziumban a diákok a 9. évfolyamon a matematikát csoportbontásban tanulják. Az iskolában a matematika felvételi pontszám alapján sorolják csoportba a gyerekeket. A kísérleti csoport a szakgimnázium egyik kilencedikes osztályának az a csoportja volt, akik a középiskolai felvételi pontszámok alapján a leggyengébb teljesítményt nyújtották. A kísérleti csoport matematikai eredménye volt a leggyengébb, a többieké jobb volt. Az egyik kontroll csoport a 9.a osztálynak az a csoportja volt, amelynek a matematikai teljesítménye egész évben hasonlított a kísérleti csoportéhoz. Egy másik csoport, akiknek az eredményét összevetettük a kísérleti csoport eredményével a kísérleti csoport tanárnőjének korábbi kilencedikes csoportjai voltak. Összesen 36 diák. Ők is ugyanazt a témát tanulták, mint a kísérleti csoport, csak egy évvel korábban. A másik kontroll csoportot az elit gimnázium két osztálynyi 9-es diákjai alkották – a 9.c osztály 16, míg a 9.e osztály 18 fővel.

A Teleki Blanka Szakgimnázium és a Városmajori Gimnázium diákjainak szociális háttere nagyon eltérő. A Városmajori Gimnázium egy rangos iskola, Budapest XII. kerületében, az elmúlt években a középiskolák rangsorában általában a 6. helyen szerepelt. Ezzel szemben a Teleki Blanka Szakgimnázium a 2016-os kompetenciamérés alapján hátrányos helyzetűnek mondható. Ezen tények mellett alaposabban is megvizsgáltuk a kísérleti alanyok szociális hátterét. Mind a kísérleti csoport, mind a városmajori csoportok tanárnői beszámoltak részletesen a diákjaik szociális hátteréről. Erről a függelékben olvashatunk.

Mindkét iskolában mindegyik csoport a kerettantervnek megfelelő geometria tananyagot tanulta. A két iskolatípus kerettantervét összehasonlítva a geometria témakörnek a kísérletben szereplő egysége mind a gimnáziumokban, mind a szakgimnáziumokban teljes egyezést mutat. A kerettanterv ehhez az anyagrészhez sorolja a következőket: körív hossza, egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között, körcikk területe, egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között, a szög ívmértéke, tengelyes és középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás, a transzformációk tulajdonságai, geometriai vektorfogalom, szimmetrikus négyszögek, szabályos sokszögek, vektorok összege, két vektor különbsége, vektor szorzása valós számmal, vektorok felbontása összetevőkre. (kerettanterv). A megtanítandó ismeretek alapja tehát ugyanaz volt, a diákoknak ugyanazokkal az alapfogalmakkal kell tisztában lenniük. A szakgimnáziumban négy hétig tartott a kísérlet, ami alatt a diákoknak 11 matematika órájuk volt (heti 3 matematika órával). Az elit gimnáziumban hat hétig tartott a kísérlet, összesen 24 órában (heti 4 matematika órával). Az órák menete a szokásos házi feladat ellenőrzés, új anyag, feladat gyakorlás volt minden csoportnál. A tananyag végén minden csoport megírta ugyanazt a témazáró dolgozatot. A városmajori kontrollcsoport alaposabban vette át az egyes témaköröket. Ők főleg több számolásos példát vettek az órákon.

A kísérleti csoport előhívásos tanulással tanult az egész kísérlet alatt, míg a kontrollcsoport a szokásos módon tanult. Az előhívásos tanulás kivitelezése abból állt, hogy a kísérleti csoport minden matematika óra végén egy rövid dolgozatot írt 5 percben az órán tanult anyagból. Ezt az óra végi dolgozatot emlékeztetőnek szántuk, mindegyikük két feladatból állt, egy elméletből és egy feladatmegoldásból. Ezekre a rövid tesztekre nem kaptak külön-külön jegyeket a diákok. A dolgozatokra 2, 1 vagy 0 pontot lehetett kapni, a válasz helyessége és precízsége függvényében. A diákok kijavítva visszakapták a dolgozatot. A kísérlet végén a pontokat összegezve kaptak a diákok egy jegyet a tesztekre. A geometria téma végén témazárót írt minden csoport, amelyben egy elméleti feladatsor és négy feladatmegoldás szerepelt a tanult témából – a témazáró dolgozat a függelékben megtalálható. A módszer hatásosságát háromféle mérce alapján vizsgáltuk. A kísérlet végén a kísérleti csoport eredményeit összevetettük a másik három csoport eredményeivel. A kísérlet ideje alatt is folyamatosan konzultáltunk a tanárnőkkel, felügyeltük a kísérlet menetét. A függelékben csatolunk pár levélváltást, amiből kiérződhet, hogyan zajlott a munkafolyamat.

A függelékben láthatjuk a közös témazáró dolgozatot, amit a kísérleti csoportot tanító tanárnővel és a Városmajori Gimnáziumbeli kontrollcsoport tanárnőjével állítottunk össze a kísérlet megkezdésekor. A dolgozat a gimnáziumok tudásanyagát kérte számon. Az alábbiakban részletezzük a feladatok típusát és a kísérleti csoport teljesítményét.

Az első feladatban a diákok elméleti tudását teszteltük. Ebben a feladatban nem volt elég a megértés szintjéig elsajátított tananyag. Azaz nem csak tudni, hanem alkalmazni is kellett a tanultakat. A válaszokból érződött, hogy nem sokszor kértek tőlük ilyen típusú feladatot. Általános iskolában az igaz/hamis feladatoknál nem várták el az indoklást. A 9. évfolyamos kerettantervek pedig külön kitérnek arra, hogy ezt a képességet fejlesszük. A „bizonyítás igénye", a „matematikai úton való indoklás" és a „matematikai szakkifejezések használata" kulcskifejezések külön sorokat kapnak a tantervben. Az első feladatot 70%-os teljesítménnyel oldották meg a kísérleti csoport diákjai.

A második és harmadik feladatokon is érződik az, hogy a kísérlet miatt nehezebb feladatokat is tettünk a dolgozatba. Ezeket a feladatokat 81%-ra teljesítették.

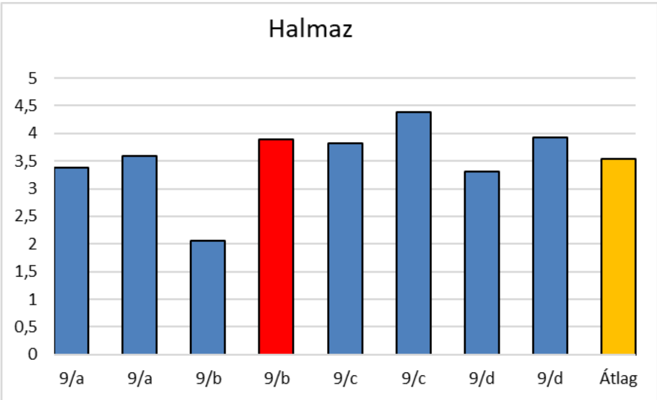
A negyedik feladatban a vektorokat koordináta rendszerbe tettük és itt sem az alaptudásra voltunk kíváncsiak. A feladat megoldásához nem csupán a koordináta-rendszer és a vektorok kapcsolatát kellett érteni, hanem tudni kellett a helyvektor definícióját és két vektor egyenlőségét is. A második feladatot 69%-ra teljesítették a kísérleti csoport dákjai. Minden diák el tudott indulni, mindenki több, mint 0 pontot szerzett ebben a feladatban. Egy diák jól lerajzolta, de a válaszadásnál a koordináta-rendszerről rosszul olvasta le a vektor kezdőpontjának második koordinátáját. Három diák volt, aki teljesen hibátlanul megoldotta a feladatot, de a végén elfelejtette leolvasni a kezdőpont koordinátáit (figyelmetlenségből származó hibák).

Az ötödik feladatban lettek a legeredményesebbek a kísérleti csoport diákjai. Sokan kezdték a dolgozat írását ezzel a kérdéssel és 96%-ra teljesítették a feladatot. Érdekesség, hogy bizonyos szempontból a negyedik feladat könnyebbnek mondható, mert ott konkrét adatok voltak megadva, amikkel számolni kellett. Az ötödik feladat már a vektorok általános használatát igényli.

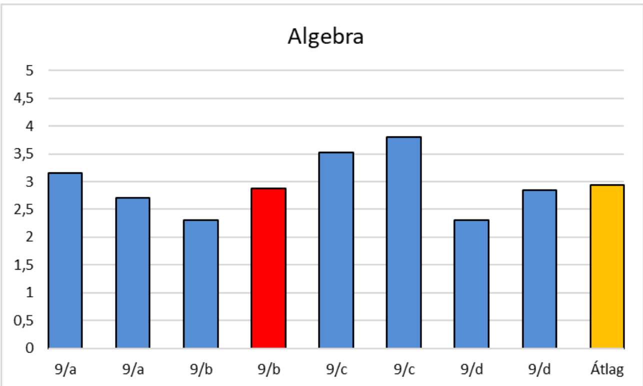
A hatodik és hetedik feladat hátterére általában már nem szokott idő maradni a 9. évfolyamban, ezért ezeket 10-ben szokta tanítani a kísérleti csoport tanárnője. Most viszont a kísérlet feszessége miatt ez is belefért. Ezek a feladatok is összetett tudást igényeltek. A hatodik feladatban tudni kellett, hogy mi a körszelet, alkalmazni kellett a Pitagorasz-tételt, tisztában kellett lenni a kerület és terület fogalmával, kiszámítási módjukkal. Ez az egyik legrosszabbul sikerült feladat, ám ezt is 63%-ra teljesítette az osztály. Az utolsó feladat már olyan szinten összetett, hogy ezt már a 10. évfolyamosoknak sem merné kiadni a kísérleti csoport tanárnője. Középponti szöget kellett fokba váltani, illetve egy ehhez a középponti szöghöz tartozó körcikk kerülete és területe is kérdés volt. Órán felírták az $\frac{i}{2r\pi} = \frac{\alpha}{360°}$ képletet, azonban a dolgozat írásakor a diákok nem közvetlenül az $i = \frac{r\pi}{180°} \cdot \alpha$ képletet használták, hanem kiszámolták először, hogy a $\frac{7\pi}{12}$ (rad) szög az $105°$-nak felel meg, majd megnézték, hogy ez hányszor van meg az egész $360°$-ban. Ezek után arányossággal számolták ki a körcikk kerületét, területét. Volt, aki már az átváltásnál elakadt, így hagyta is az egész feladatot. Két diák neki sem állt a feladatnak. Két diáknál viszont egy ponton múlt a maximum pontszám elérése. Mindketten azt rontották el, hogy a körcikk területénél a körív hosszához elfelejtették hozzáadni a sugár kétszeresét. Ez csakis a figyelmetlenségüknek tulajdonítható be, hiszen az előző feladatból kiderül, hogy tudják a kerület fogalmát, az ábrájuk pedig azt mutatja, hogy a körcikk definíciójával is tisztában vannak. Ez a feladattípus sikerült a legrosszabbul. 62%-ra teljesítették a kísérleti csoport diákjai.

3. Eredmények

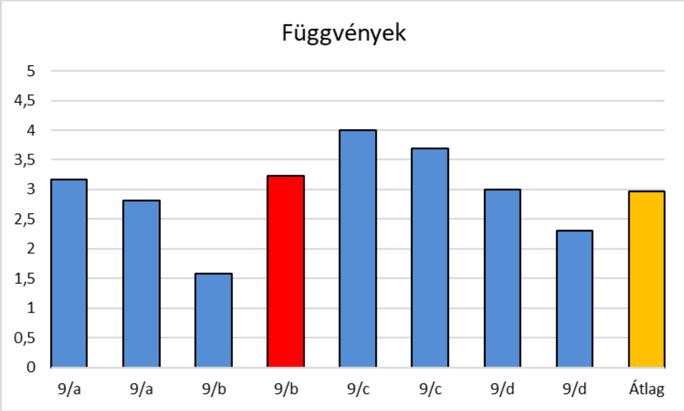
A kísérlet egyik első lépéseként ellenőriztük, hogy a teszteléses módszerrel tanított gyerekek eltérő tudással, eltérő matematikai képességekkel rendelkeznek-e a többi csoporthoz képest. Ehhez összegyűjtöttük a szakgimnázium 9. évfolyam mind a 8 csoportjának eredményeit azokból a témakörökből, amit abban az évben minden csoportban tanultak. Ezek a témakörök a halmazok, algebra, egyenletek és a függvények. A csoportok átlagos eredményeit az egyes témakörökből az 1., 2., 3. és 4. ábrák mutatják. (A diagramok az egyes csoportok dolgozatainak átlagát mutatják az adott témakörön belül.) A kísérleti csoport a 9/b2 – piros oszlopok. Az utolsó oszlop a nyolc csoport átlagát mutatja – narancssárga oszlopok.



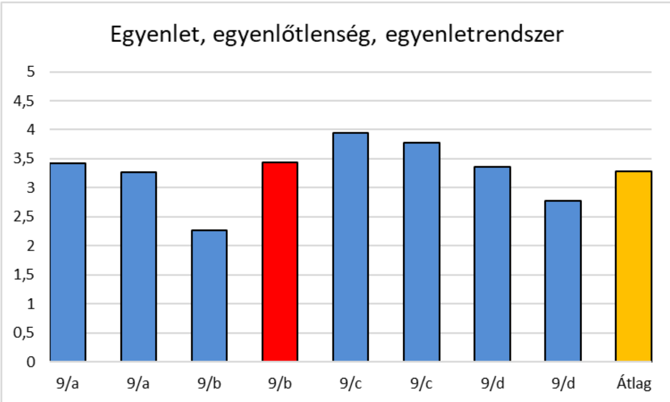
1. ábra



2. ábra



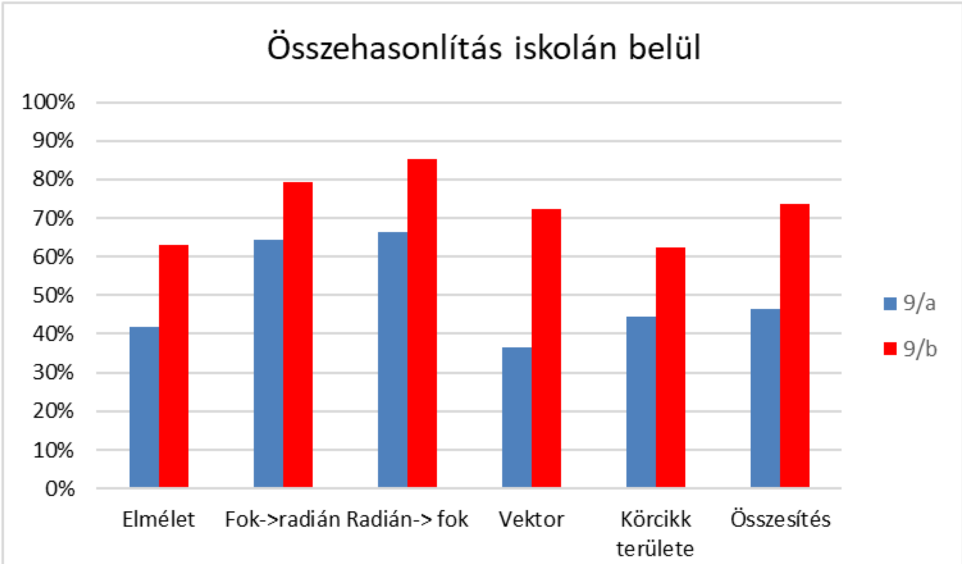
3. ábra



4. ábra

Mind a négy diagramról leolvashatjuk, hogy a kísérleti csoport matematika dolgozatokon mutatott teljesítménye mindig az évfolyam átlagos eredménye körül ingadozott a kísérlet évében. Az ingadozás mértéke mindig kisebb volt fél jegynél.

Az 1.-4. ábrák diagramjaiból az is látszik, hogy a 9/a két csoportjának az átlagos teljesítménye közel van a vizsgált csoport teljesítményéhez. Így megvizsgáltuk, hogy a 9.a osztály hogyan teljesít abból a témakörből, melyet a kísérleti csoport előhívással tanult. A 9.a-s csoportok tanárnője a geometriai transzformációk megtanítására öt hetet szánt. Mivel a kísérleti csoport az elit gimnázium tananyagát tanulta és a végén ugyanazt a témazárót írta meg, mint a városmajori kontrollcsoportok, ezért a kísérleti csoport lényegesen nehezebb dolgozatot írt, mint ami egy átlagos szakgimnáziumi osztálynak feladható. A folyamatos konzultációknak köszönhetően a szaktanár a kísérleti csoport témazáró dolgozatához nagyon hasonló dolgozatot íratott, így az összehasonlítást öt témakör alapján el lehetett végezni. Az „a” osztály dolgozata a függelékben megtalálható. A két dolgozatban előkerülő témakörök eredményeinek összehasonlítását az 5. ábra mutatja:

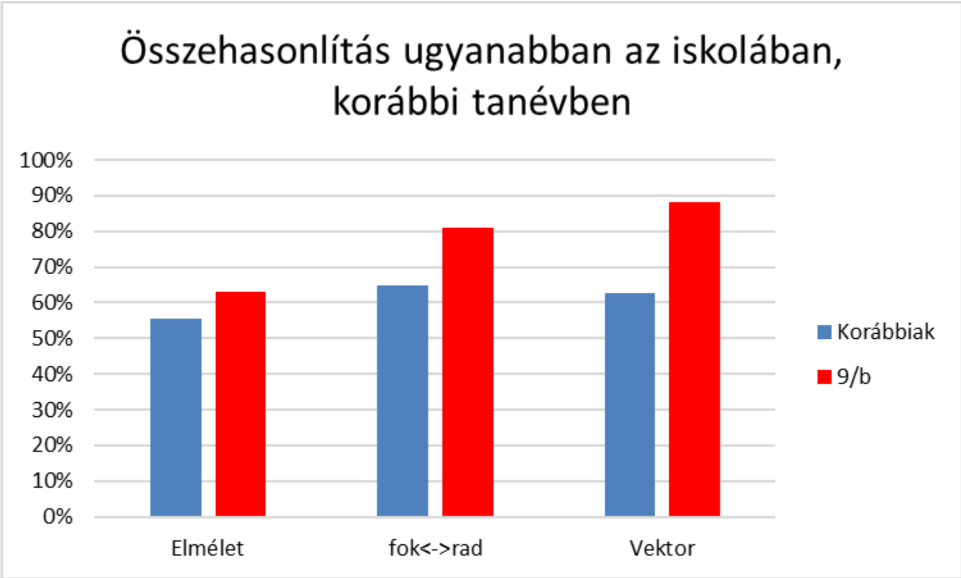


5. ábra

A csoportok eredményeit százalékban adtuk meg, melyet a függőleges tengelyről olvashatjuk le. A vízszintes tengelyre az adott feladathoz tartozó kulcsfogalmat írtuk. A dolgozatok feladatait megvizsgálva észrevehetjük, hogy a teszteléses módszert kipróbáló csoport mélyebb tudásra kérdező típusfeladatokat oldott meg. A tőlük kérdezett körcikkes feladatnál nem nevezetes hányada volt a 360°-os körnek a körcikk, továbbá a vektoros feladatnál nem rajzoltuk be nekik a koordináta-rendszert. Emiatt volt, aki a teszteléses csoportban is pontot vesztett.

Annak ellenére, hogy nehezebb dolgozatot írtak, mind elméleti, mind gyakorlati feladattípusokon belül lényegesen jobban teljesített a kísérleti csoport.

Azt is megvizsgáltuk, hogy a korábbi években a kísérleti csoport tanárnője által íratott dolgozatokhoz képest milyen teljesítményt mutat a teszteléses csoport. A kísérlet előtt egy évvel a tanárnő által összeállított dolgozat megtalálható a függelékben. Ez a geometria dolgozatot sokkal felszínesebb tudással is jól megírható volt. Az elmélet nem igényelt indoklásokat, a vektorokkal való műveleteknél egyszerű szerkesztést várt csak el és a szögek átváltásakor csak egész fokokat, $1\pi(rad)$ egész számú többszöröseit, illetve nevezetes hányadait kérdezte. Ezek alapján a dolgozatokat három fogalom-, illetve feladatkör alapján lehetett összehasonlítani. elmélet, szögek mértékének átváltása, illetve vektorok és vektorokkal való műveletek. Az eredményeket a 6. ábra mutatja:

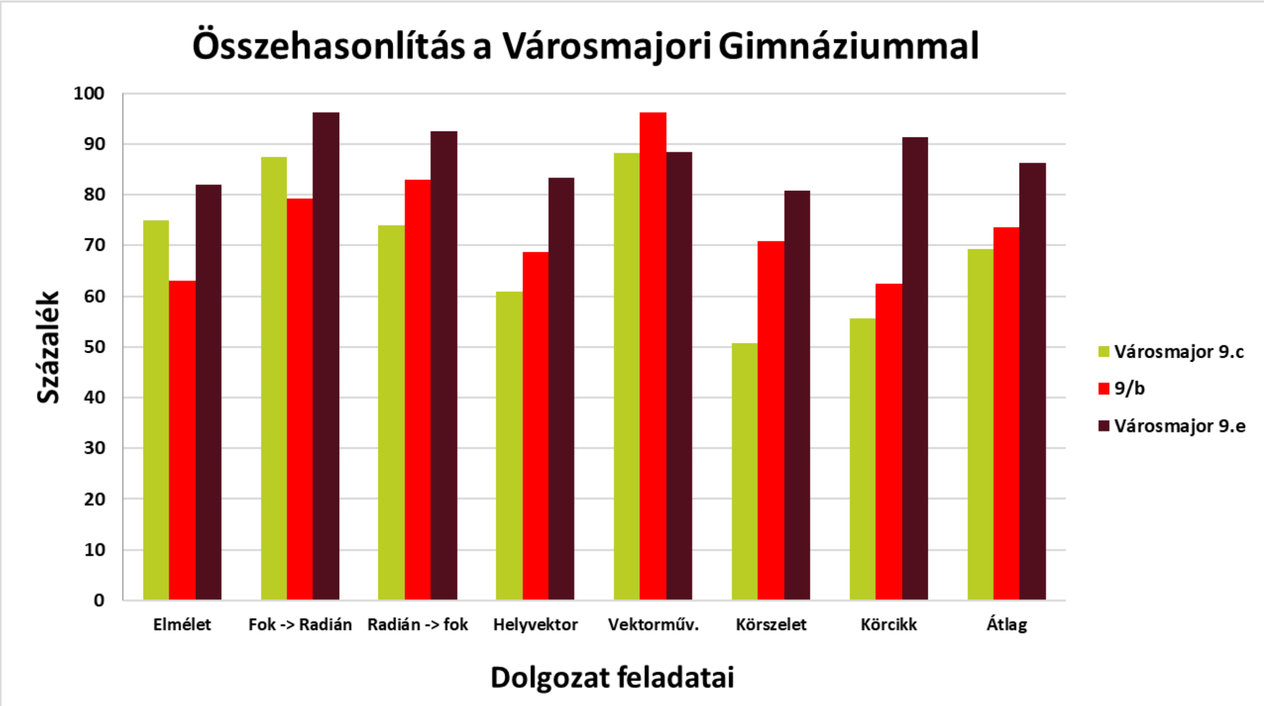


6. ábra

A kísérleti csoport több mint fél jeggyel jobban a szerepelt a korábbi évhez képest. Mert míg a korábbi csoport átlagos eredménye 63% volt, addig a kísérleti csoport átlagos eredménye 75% lett.

Végül összehasonlítottuk a Városmajori Gimnázium kilencedikes évfolyamának eredményeit a szakgimnáziumi kísérleti csoport eredményeivel. A gimnázium tanulói hagyományos módon tanultak és a témakör végén ugyanazt a dolgozatot írták, mint a kísérleti csoport tanulói. A 7. ábrán foglaltuk össze az eredményeket.

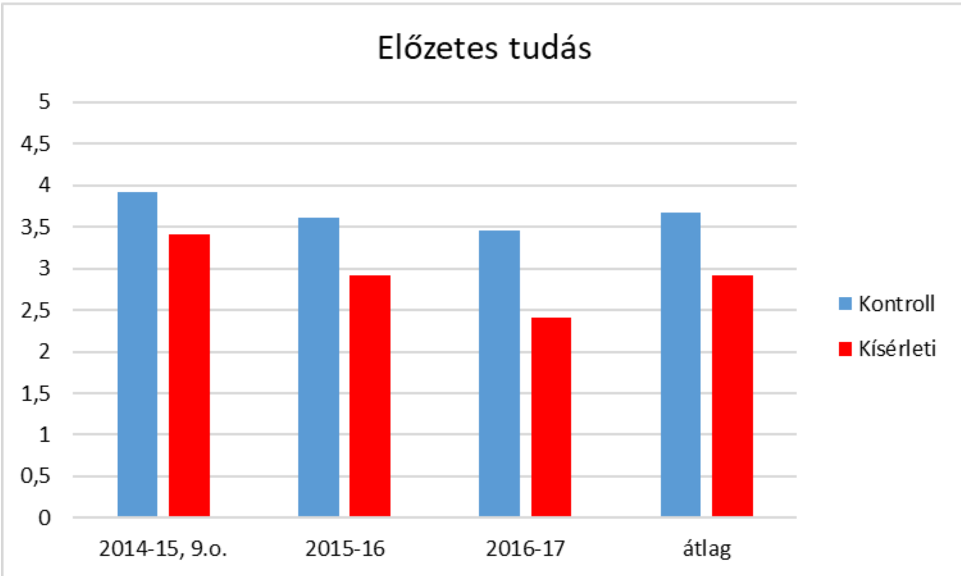
A vízszintes tengely az általunk összeállított, az előbbiekben részletezett témazáró dolgozat feladatainak kulcsfogalmait mutatja, míg a függőleges tengely ezeknek a feladatok megoldottságát ábrázolja százalékban megadva. A kísérleti csoport eredményeit jelöltük most is piros oszlopokkal. Az első hét oszlopcsoport jelöli az egyes feladatokat, míg az utolsó a teljes dolgozat átlagos eredményét. Látható, hogy a szakgimnázium diákjainak eredményei minden területen összemérhető a gimnáziumi eredményekkel. Az 5. feladatnál (vektorműveletek) 96,25%-os teljesítményt értek el a szakgimnáziumi tanulók, ami felülmúlja mind a két gimnáziumi csoport eredményét. Az utolsó oszlop megmutatja, hogy összesítve a két gimnáziumi csoport teljesítménye között szerepelnek a teszteléssel tanuló diákok.



7. ábra

4. Második kísérlet

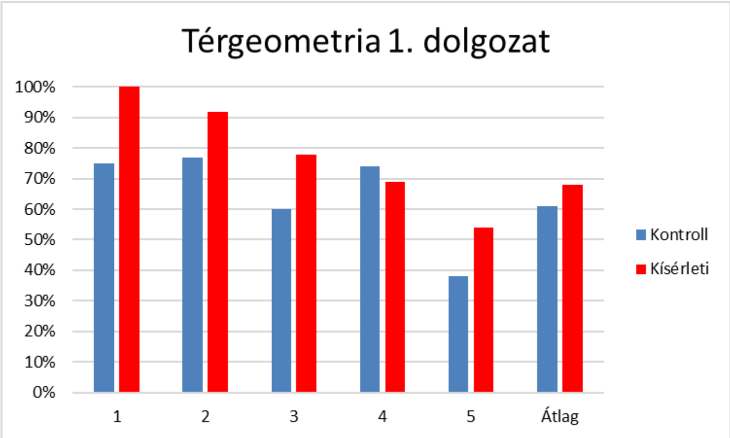
Az előző kísérletünk meggyőző volt, mert a kísérleti csoportunk várakozáson felül teljesített többféle tanulói csoporthoz képest. Az előhívási hatás tisztán kimutathatósága miatt kiterveztünk egy újabb kísérletet, melyben fő célunk az volt, hogy minimalizáljuk az előhívási hatás mellett fellépő hatásokat. Ilyen lehetséges hatások a tanári hatás vagy az iskola hatása vagy az évfolyam hatása. Ezért a második kísérletünkben olyan két csoportot vizsgáltunk, akik ugyanolyam matematikai háttérrel rendelkeznek, eddigi ismereteik megegyeznek matematikából, és ugyanaz a tanárnő tanítja őket. A két csoport ugyanannak a 12. osztálynak a németes és angolos csoportja voltak, úgy hogy kilencediktől mindig ugyanaz a matematikatanár tanította őket, ugyanarra a tananyagra, ugyanannyi órában. Az iskola továbbra is a Teleki Blanka Szakgimnázium volt. A tanárnő pedig az előző kísérletben a kísérleti csoport tanárnője. A kísérlet 2017. szeptember-októberében zajlott, az évi második témakör, a térgeometria témakörében. A csoportbontás az iskolában 9-ben a matematikai tudás alapján történik, és utána osztják be a csoportokat eszerint a nyelvi csoportokba is. A kísérleti csoport kiválasztása előtt megvizsgáltuk a két csoport előzetes matematikai teljesítményét. A 8. számú ábra mutatja a két csoport 9., 10., és a 11. év végi jegyeinek átlagát, az utolsó oszlop a 3 éves átlaga a két csoportnak.



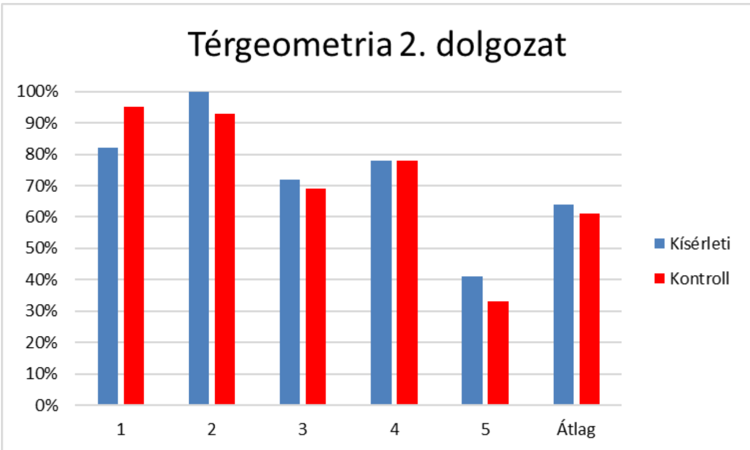
8. ábra

Látható, hogy az angolos csoport (piros oszlopok) gyengébben teljesített a kísérlet előtti években, ez a különbség a T-próba alapján szignifikáns. Ezek alapján az angolos csoportot választottuk kísérleti csoportnak, és a németes erősebb csoportot kontrollcsoportnak. A csoportokban rendre 12 és 13 diák volt.

A kísérlet módja teljesen hasonló az első kísérletünkhöz, azaz a kísérleti csoportot minden óra végén tesztelték az óra anyagából, míg a kontrollcsoport tanulói hagyományos módon tanultak. A térgeometria témakörét a két csoport hat hétig tanulta, ezalatt két dolgozatot írtak. A 9. és a 10. ábrák azt mutatják, hogy az egyes csoportok milyen átlagos eredményt értek el a különböző feladatokból:



10. ábra



9. ábra

A diagramokból leolvasható, hogy a kísérlet végére a kísérleti és a kontrollcsoport teljesítménye megkülönböztethetetlen lett. Ebben a kísérletben a két csoport között csak az volt a különbség, hogy a kísérleti csoportunk előhívással tanult. Megállapítható tehát, hogy a teszteléses tanulás hatékonyabb a hagyományos munkaformáknál.

5. Összefoglalás

A dolgozatban azt vizsgáltuk, hogy működik a tesztelési hatás nem laboratóriumi körülmények között matematikából. A kísérlet több szempontból is újszerű, mivel az eddigi kísérletek a tesztelési hatás vizsgálatára főleg laboratóriumi környezetben zajlottak, illetve a memorizálandó részek elsajátítását vizsgálták, főleg szavak tanulásánál. Ezt a kísérletet középiskolában, középiskolás diákokkal, matematika órákon végeztük. A kísérletünk résztvevői egy hátrányos helyzetűnek mondható szakközépiskola 9. osztálya volt. Kontrollcsoportnak egyrészt a kísérleti csoport szakgimnáziumából választottunk csoportokat, másrészt két párhuzamos évfolyamon, ugyanezt az anyagot tanuló elit gimnáziumi osztályt választottunk. Mindegyik csoport ugyanazt az anyagrészt sajátította el, a témazárók hasonlók voltak. A szakgimnáziumi kísérleti csoport és a gimnáziumi csoportok témazárója teljesen megegyezett. A témazárók eredményeit összevetettük a kísérleti csoport iskolájában tanuló többi osztály eredményeivel. Megállapítottuk, hogy a teszteléses évfolyam kiemelkedően szerepelt a saját iskolájában és fölzárkózott az elit iskola osztályaihoz. Ugyanis a kísérleti csoport eredménye nem különbözik az elit gimnáziumi csoportok teljesítményétől, és a kontroll szakközepes csoport szignifikánsan gyengébben teljesített, mint a kísérleti- és a gimnazista kontroll csoport. A különbségek feladatonként is kimutathatók.

Második kísérletünket szintén a Teleki Blanka Szakgimnáziumban végeztük. A kísérlet célja az volt, hogy az előhívási hatást önmagában tudjuk vizsgálni. Ezért a második kísérletünkben olyan két 12-es csoportot vizsgáltunk, akik ugyanolyan matematikai háttérrel rendelkeznek, eddigi ismereteik megegyeznek matematikából, és ugyanaz a tanárnő tanítja őket. A korábban szignifikánsan gyengébben szereplő csoport lett a kísérleti csoport, a jobb matematikai teljesítményű csoport lett a kontrollcsoport. A csoportok a térgeometria témakörét tanulták hat héten keresztül. A kontrollcsoport hagyományos módon, a kísérleti csoport meg végig előhívással tanult. A kísérlet végére a két csoport eredménye megkülönböztethetetlen lett térgeometriából.

A fent leírt eredmények alátámasztják a tesztelési hatás eredményességét. Elmondhatjuk, hogy a teszteléses tanulás segít a diákoknak a gyakorlati feladatok könnyebb megértésében, a logikus gondolkodásban és a rendszerezettségben is.

5. 1. A szerzők részvétele a kutatásban

A kutatást teljes egészében mi találtuk ki és mi terveztük ki. A tanárok személyei automatikusan adódtak, mert ők is tagjai a kutatócsoportnak. A tananyagot és a dolgozatokat együtt állítottuk össze. Az eredményeket mi elemeztük és értékeltük ki.

Dolgozatunk témájáról több előadást tartottunk itthon és külföldön egyetemeken, konferenciákon és középiskolás tanároknak. Előadásaink után számos visszajelzést kaptunk. A visszajelzések alapján tudjuk, hogy módszerünket bevezették matematikából a BME két karán, a BGE KVIK két szakján, az ELTE TTK Geofizikai és Űrkutatási Tanszék egyik nagyelőadásán és több középiskolai tanár is él az eszközzel. Ezen eredményeink alapján egy 540 főt érintő kísérletet dolgoztunk ki a SZTE IK Diszkrét Matematika kurzusára.
Az elmúlt évben a témában az alábbi előadásokat tartottuk:

- 2018. január: Matematika és Informatika Didaktikai Kutatások Konferencia, Hajdúszoboszló (január 26-28.)
- 2018. április 17. : Előhívásos tanulási kísérletek középiskolában és egyetemen – Módszertani Mesék c. tudományos diákkör, ELTE
- 2018. május 31. ~~Ismétlés~~ Tesztelés a tudás anyja, avagy Hogyan tanítsuk meg a diákot, akár akarja, akár nem – ELTE Geofizikai és Űrkutatási Tanszék szemináriuma
- 2018. június 2. Teszteléses tanulás hatékonyságának vizsgálata matematikatanár szakos hallgatók körében. Magyar Pszichológiai Társaság XXVII: Országos Tudományos Nagygyűlése
- 2018. július: Testing is themother of knowledge– Umea, Svédország, PME 42 konferencia (július 3-8.)
- 2018. szeptember 26. Tesztelés a tudás anyja? –meghívott előadóként a PAB III. Matematikai és Informatikai Tudományok Szakbizottsága és a PTE TTK Matematikai és Informatikai Intézete tudományos ülésén
- 2018. október 10.– Előhívva tisztul a kép –SZTE TTIK Algebra Tanszék szemináriuma
- 2018. november 8.– beszámoló a PME 42-ről a Módszertani Meséken
- 2018. december 17. Az előhívási hatás eredményessége a deduktív következtetést igénylő feladatok esetén, ELTE TTK Módszertani Kari TDK
- 2019. január 24. BGE –KVIK

6. Irodalomjegyzék

Butler, A. C., Karpicke, J. D., Roediger, H. L. 2007. The effect of type and timing of feedback on learning from multiple-choice tests. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, *13*, 273–281.

Butler, A. C. 2010. *Repeated testing produces superior transfer of learning relative to repeated studying.* Journal of Experimental Psichology: Learning Memory and Cognition, 1118-1133.

Carpenter, S., Pashler, H., Rohrer, D,, Cepeda N. ,J. 2007. *Enhancing learning and retarding forgetting: Choices and consequences.* Psychonomic Bulletin & Review, 14 (2), 187-193

Carpenter, S. 2009. *Cue Strength as a Moderator of the Testing Effect: The Benefits of Elaborative Retrieval*. Journal of Experimental Psychology, 1563-1569.

Gates, A. I. 1917. *Recitation as a factor in memorizing.* New York: The Science press.

Glover, J. 1989. *The "Testing" Phenomenon: Not Gone But Nearly Forgotten.* Journal of Educational Psychology, 392-399.

Kang, S., McDermott, K., Roediger, H. 2007. *Test format and corrective feedback modify the effect of testing on long-term retention.* European Journal of Cognitive Psychology, 528-558.

Rawson, K. A., Pyc, M. 2010. *Why Testing Improves Memory: Mediator Effectiveness Hypothesis*. Science Vol. 330, Issue 6002, pp. 335. DOI: 10.1126/science.1191465

Rawson, K. A., Vaughn, K. E., Walsh, M., Dunlosky, J. 2018. *Investigating and explaining the effects of successive relearning onlong-term retention*. Journal of Experimental Psychology: Applied

Roediger, H. L., Karpicke, J. D. 2006. *Test-Enhanced Learning, Taking Memory Tests Improves Lont-Term Retention.* Psychological Science, 249-255.

Roediger, H., Wheeler, M. 1992. *Disparate effects of repeated testing: Reconciling Ballard's (1913) and Bartlett's (1932) results.* Psychological Science, 240-245.

Smith, M. A., & Karpicke, J. D. 2014. *Retrieval practice with short-answer, multiple-choice, and hybrid tests.* Journal of Applied Research in Memory & Cognition, 784-802.

Spitzer, H. 1939. *Studies in retention.* The Journal of Educational Psychology, 641-656.

Tran, R., Rohrer, D., & Pashler, H. 2015. *Retrieval practice: The lack of transfer to deductive inferences.* Psychonomic Bulletin & Review, 22, 135–140.

Fritz, C. O., Morris, P. E., Nolan, D., Singleton, J. 2007. *Expanding retrieval practice: an effective aid to preschool children's learning.* The Quarterly Journal of Experimental Psichology, 60 (7), 991 – 1004.

Kratochwill, Thomas 1977. *The Effects of Overlearning on Preschool Children's Retention of Sight Vocabulary Words.* Reading Improvement, 14, 4, 223-8.

Charles B Kromann, Morten L Jensen, Charlotte Ringsted 2009. *The effect of testing onskillslearning.* Medical Education, 43: 21–27. doi:10.1111/j.1365-2923.2008.03245.x

John Dunlosky, Katherine A. Rawson, Elizabeth J. Marsh, Mitchell J. Nathan, and Daniel T. Willingham 2013. *Improving Students' Learning With Effective Learning Techniques: Promising Directions From Cognitive and Educational Psychology.* Association for Psychological Science, 14(1) 4–58

Atkinson, R. C., Paulson, J. A. 1972. *An approach to the psychology of instruction.* Psychological Bulletin, 78(1), 49-61.

Bouwmeester, S., Verkoeijen, P. 2011. *Why do some children benefit more from testing than others? Gist trace processing to explain the testing effect*. Journal of Memory and Language 65(1):32-41

Fishman, E. J., Keller, L., Atkinson, R. C. 1968. *Massed versus distributed practice in computerized spelling drills*. Journal of Educational Psychology, 59(4), 290-296.

Metcalfe, J., Kornell, N. 2007. *Principles of Cognitive Science in Education: The Effects of Generation, Errors, and Feedback*. Psychonomic Bulletin and Review, 14, 225-229.

Metcalfe, J., Kornell, N. 2009. *Delayed versus immediate feedback in children's and adults' vocabulary learning*. Memory & Cognition, 37 (8), 1077-1087.

Agarwal, P. K, D'Antonio, L., Henry L. Roediger, H. L., McDermott, K. B.&McDaniel, M. A. 2014. *Classroom-basedprograms of retrieval practice reduce middleschool and highschool students' test anxiety*. Journal of Applied Research inMemory and Cognition 3,131–139.

Sones and Stroud, 1940. *Review, with special reference to temporal position.* Journal of Educational Psychology, 31, pp. 665-676.

Duchastel, P., Nungester, R. 1981. *Long-term Retention of Prose Following Testing*. Psychological Reports: Volume 49, Issue 2, pg470.

Duchastel, P., Nungester, R. 1982. *Testing Versus Review: Effects on Retention*. Journal of Educational Psychology ,Vol. 74, No. 1,18-22.

Dirkx, K., Kester, L., Kirschner, P., 2014. *The Testing Effect for Learning Principles and Procedures from Texts*. The Journal of Educational Research, 00:1–8.

Schmidmaier, R, Ebersbach, R, Schiller, M, Hege, I, Holzer, M, Fischer, MR, 2011. *Using electronic flashcards to promote learning in medical students: retesting versus restudying.* Medical Education, 45(11):1101-10.

Little J. L., Storm, B.C., Bjork E.L. 2011. *The costs and benefits of testing text materials.* Memory, 19(4): 346-59.

Bishara, A. J., Jacoby, L. L. 2008. *Aging, spaced retrieval, and inflexible memory performance.* Psychonomic Bulletin & Review, 15(1), 52-57.

Logan, JM[1], Balota, DA, 2008. *Expanded vs. equal interval spaced retrieval practice: exploring different schedules of spacing and retention interval in younger and older adults.* Neuropsychology and Cognition, 15: 257–280.

Maddox, G., Balota, D., Coane, J. Duchek, J., 2011. *The Role of Forgetting Rate in Producing a Benefit of Expanded Over Equal Spaced Retrieval in Young and Older Adults*. Psychology and Aging 26(3):661-70.

Sumowski, JF[1], Chiaravalloti, N, Deluca, J., 2010. *Retrieval practice improves memory in multiple sclerosis: clinical application of the testing effect.* Neuropsychology. 24(2):267-272.

Tse CS, Balota DA, Roediger HL, 2010. *The benefits and costs of repeated testing on the learning of face-name pairs in healthy older adults.* Psychol Aging.;25(4):833-45.

7. Függelék

„A” A témazáró dolgozat

Egybevágósági transzformációk témazáró – 9. osztály — Név:____________________

Elért pontszám: /50 pont — Érdemjegy:

1. Az alábbi állításokról döntsd el, hogy igaz, vagy hamis! Válaszodat indokold!
   a) Ha egy háromszögnek van két egyenlő oldala, akkor tengelyesen szimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   ____
   b) A szabályos sokszög bármely szimmetriatengelye tartalmazza a sokszög legalább egy csúcsát. ______
   Indoklás:____
   ____
   c) Ha egy négyszög átlói felezik egymást, akkor középpontosan szimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   ____
   d) Nincs olyan trapéz, amely középpontosan szimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   ____
   e) Van olyan konkáv négyszög, amely forgásszimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   ____
   f) Ha egy sokszög forgásszimmetrikus, akkor minden szöge egyenlő. ______
   Indoklás:____
   ____ /12 pont

2. Add meg a következő, fokokban megadott szögek mértékét radiánban!
   a) $60° =$
   b) $210° =$
   c) $22°30' =$ /3 pont

3. Add meg a következő radiánban megadott szögek mértékét fokban!
   a) $2 =$
   b) $\frac{2\pi}{9} =$
   c) $-\frac{\pi}{6} =$ /3 pont

4. A derékszögű koordináta-rendszerben $\vec{a}$ az A (-2; 5) pont helyvektora. Add meg azon $\vec{a}$-ral egyenlő vektor kezdőpontjának koordinátáit, amelynek végpontja (-3;3)!

   /4 pont

5. Az ABCDEF szabályos hatszögben $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. A hatszög középpontja O. Írd fel az alábbi vektorokat az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok segítségével: $\overrightarrow{FD}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{OE}, \overrightarrow{FB}$

/10 pont

6. Határozd meg a 15 cm sugarú kör 90°-os középponti szögéhez tartozó körszelet kerületét és területét!

/9 pont

7. Számítsd ki egy 8 cm sugarú kör $\frac{7\pi}{12}$ (rad) nagyságú középponti szögéhez tartozó körcikk kerületét és területét! Add meg fokban a középponti szögét!

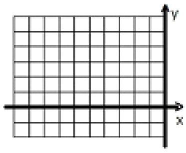
/9 pont

„B” Összehasonlítás iskolán belül – a 9.a osztály témazáró dolgozata

Egybevágósági transzformációk témazáró – 9. osztály Név:____________________

Elért pontszám: /29 pont Érdemjegy:

1. Az alábbi állításokról döntsd el, hogy igaz, vagy hamis! Válaszodat indokold!
   a) Ha egy háromszögnek nincs két egyenlő oldala, akkor is lehet tengelyesen szimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   b) A szabályos nyolcszög bármely szimmetriatengelye tartalmazza a sokszög legalább egy csúcsát. ______
   Indoklás:____
   c) Ha egy négyszög átlói felezik egymást, akkor középpontosan szimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   d) Nincs olyan trapéz, amely középpontosan szimmetrikus. ______
   Indoklás:____
   e) Van olyan konkáv négyszög, amely forgásszimmetrikus. ______
   Indoklás:____/10 pont
2. Add meg a következő, fokokban megadott szögek mértékét radiánban!
   a) $60° =$
   b) $210° =$
   c) $22°30' =$ /3 pont
3. Add meg a következő radiánban megadott szögek mértékét fokban!
   a) $2 =$
   b) $\frac{2??}{9} =$
   c) $\frac{-??}{6} =$ /3 pont
4. A derékszögű koordináta-rendszerben ?? az A (-2; 5) pont helyvektora. Add meg azon ??-ral egyenlő vektor kezdőpontjának koordinátáit, amelynek végpontja (-3;3)!

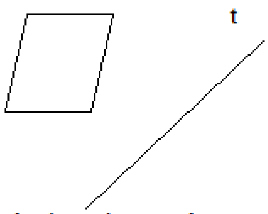


/4 pont
5. Számítsd ki egy 8 cm sugarú kör $\frac{??}{4}$ (rad) nagyságú középponti szögéhez tartozó körcikk kerületét és területét! Add meg fokban a középponti szögét! /9 pont

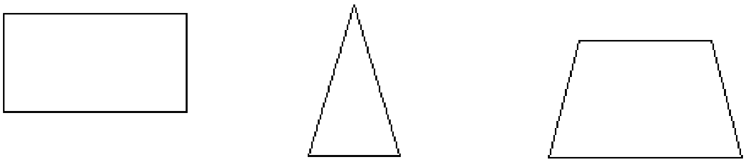
„C” Összehasonlítás ugyanabban az iskolában, korábbi tanévben

Témazáró dolgozat – Geometriai transzformációk   név: ……………………………………………..

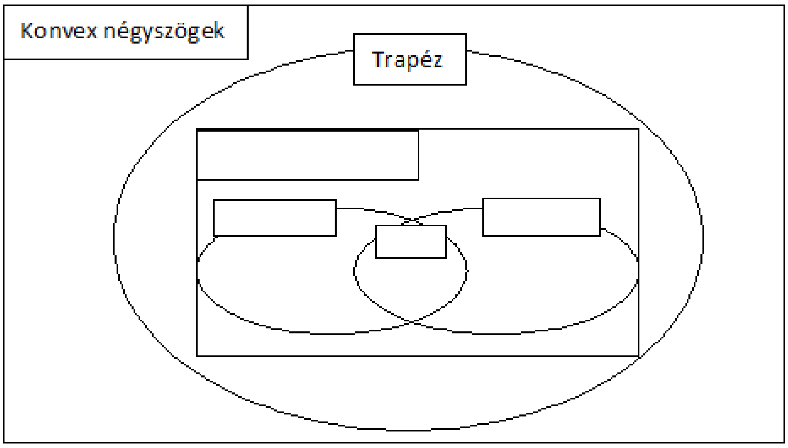
1. Szerkeszd meg az alábbi alakzat t tengelyre vonatkozó tükörképét! 5 p/



2. Írd le a háromszögek egybevágóságának 4 alapesetét! 4 p/
3. Vizsgáld a következő alakzatokat tengelyes és középpontos szimmetria szempontjából! 6 p/



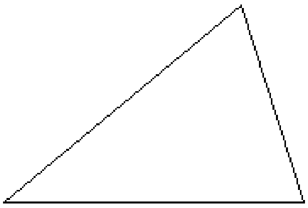
4. Töltsd ki a halmazábrát! A névtelen halmazoknak adj nevet, majd minden halmazba rajzolj egy megfelelő konvex négyszöget! 10 p/



5. Igaz, vagy hamis? 3 p/

Állítás	Igaz/hamis
Minden trapéz rombusz.	
Minden négyzet téglalap.	
Minden parallelogramma trapéz	

6. Rajzold be az alábbi háromszögbe a magasságvonalakat! 3 p/



„D" A Városmajori Gimnáziumi kontrollcsoportok szociális hátteréről

Elsőként a Városmajori Gimnázium 9. évfolyamos kontrollcsoportjainak szociális helyzetéről olvashatjuk a matematika tanárnőjük által írtakat:

Általában az iskoláról: Diákjaink jellemzően értelmiségi, rendezett családból kerülnek ki, szinte kivétel nélkül továbbtanulásra és legalább egy tárgyból emeltszintű érettségire készülnek. A tanulók a tanórákon kívül rengeteg különórán vesznek részt, sokan érnek el komoly sport- és zenei eredményeket is.

9.c osztály: 16 fő (4 fiú + 12 lány)

4 osztályos képzésben vesznek részt, ének és humán tagozaton. A csoportbontás névsor alapján jött létre. Nagyon különböző általános iskolákból, eltérő felkészültségi szinttel érkeztek. Ezt a különbséget próbáljuk folyamatosan csökkenteni, azonban továbbra is nagy a szakadék, van néhány (4-5) kiemelkedő és több gyengébb képességű diák (jellemzően az énekesek). Az énekeseknek rengeteg fellépésük és próbájuk van, többször tanítási időben is, így nagyon nehéz néha együtt haladnia a csoportnak. Egy felmentett lány is van a csoportunkban, ő diszkalkuliás. A matematika órákon aktívan részt vesz, nagyon becsületesen és szorgalmasan készül az órákra, és minden dolgozatot megír, mindig próbálja a lehető legtöbbet kihozni magából. A munkáit mindig jegy nélkül, szövegesen, személyre szabottan értékelem.

9.e osztály: 18 fő (6 fiú + 12 lány)

5 osztályos képzésben vesznek részt, egy nulladik, nyelvi előkészítős évvel. A csoportbontás az első idegennyelv alapján történik, hozzám a németül tanulók járnak. Az első gimnáziumi évükben heti 1,5 óra matematika volt, amelynek célja az általános iskolai tananyag átismétlése, szinten tartása, valamint az esetleges hiányok pótlása. Ennek köszönhetően a hagyományos 9. évfolyamot nagyon erős és stabil alapokkal kezdték, amikre könnyen lehet építkezni. 2-3 gyengébb képességű diák van a csoportunkban.

A budapesti szakgimnáziumban tanító tanárnő a következőket írta az iskoláról és a kísérleti csoportról.

Ebben az iskolában a matematikát a 9. és a 12. évfolyamon a tanulók csoportbontásban tanulhatják, míg a 10. és 11. évfolyamon az egész osztály részt vesz a matematika órákon. A csoportbontás elsősorban a tanult nyelv fajtájának és szintjének megfelelően történik, ezért általában matematikából vegyes csoportok alakulnak ki.

A kutatást a szakgimnázium 9. évfolyamának egyik csoportjában végeztük. A felvételi pontszámok alapján ennek az osztálynak a teljesítménye volt a leggyengébb. Az év során is ez az osztály teljesített a leggyengébben, mind évfolyam szinten, mind iskola szinten. Az év végi osztályátlaguk 2,96 volt, míg a legjobb 9. osztály 4,02-ra teljesítette a szakgimnázium első évét. A vizsgált csoport osztálylétszáma 25 fő, mely nyelv alapján egy 16 fős és egy 9 fős csoportra lett bontva. A továbbiakban ez utóbbi, 9 fős csoportot nevezzük a kísérleti csoportnak.) A 16 fős csoport angol nyelvet tanul első idegen nyelvként, a 9 fős csoport pedig németet.

„E" A kísérleti csoport szociális hátteréről

A kísérleti csoport tanárnőjével rengeteg hangfelvételt tudtunk készíteni, tőle az alábbiakat tudtuk meg.

„A csoport létszáma kilenc fő. A gyerekeknek iskolán kívüli problémáik vannak, ezért az osztályfőnökkel rengeteget kell konzultálni, hogy megfelelőbben tudjam kezelni az esetlegesen megszokottól eltérő viselkedésüket. A kilenc tanuló közül három él teljes családban, édes szülőkkel, ahol mindkét fél dolgozik. A hat elvált szülős család közül három anyukának már van élettársa, amit az osztályfőnök elmondása szerint a diákok rosszul viselnek. Három család esetén a diák nem is beszél az egyik szülőjével. Van közöttük egy olyan fiú, akit az anyukája hagyott egyedül az apukával, ami eléggé különleges szituáció. Az egyik fiú patchwork családban él. Az édesanyja leányanyaként szülte, ő a legidősebb gyerek, a legfiatalabb még totyogó korú. Vele együtt hatan vannak testvérek. Az édesanya fogadó órán megkért minket, szaktanárokat, hogy amennyiben lehetőségünk van, segítsünk a diák nevelésében, mert otthon a kisebbek több időt igényelnek, így rá nem jut megfelelő mértékű figyelem. Több családnál is előfordul, hogy a gyámságot élvező szülő nem nézi jó szemmel azt, ha a másik szülővel jó kapcsolatot ápol a gyermek, amit hangoztat is. Ez sokuknak hatalmas teher, ami tanulmányi eredményeiken is látszik."

„F" Önálló munka – feladatok felosztása

Date: Tue, 9 May 2017 07:52:06 +0200
From: Éva Kiss <evica9207@gmail.com>
To: Csaba Szabo <csaba@cs.elte.hu>
Subject: ütemterv

Kedves Tanár Úr!
Vera még nem küldte a tanmenetet, de mivel ugyanebből a könyvből tanít, ennek a leckéit osztottam be az év hátralévő részére. (12 lecke, 9 órára.)

Csatolok Önnek egy tervezetet. Kérem jelezze, ha valamit nem jól gondolok, vagy rosszul értettem.

Köszönettel: Éva

Date: Thu, 11 May 2017 16:16:56 +0200 (CEST)
From: Csaba Szabo <csaba@cs.elte.hu>
To: Éva Kiss <evica9207@gmail.com>
Cc: vera.kovacs21@gmail.com
Subject: Re: ütemterv

Kedves Évi,

Átnéztük az ütemtervedet Jankával és a Tanár úrral. Veráé 13+3 óra, a Tied 9+2. Verának heti 4 órája van, így hetekben számolva szinte ugyanannyi. Még egy óra összefoglalás vagy gyakorlás nem ártana. Elég feszítettnek tűnik a tempó végig a téma során, nem egészen világos, hogy tényleg megértik-e ilyen kevés feladattal. Kicsit felmerült bennünk a kérdés, hogy ez az anyag ennyi idő alatt tanítható-e. Van-e ötleted, hogy mit lehetne elhagyni (amire kevésbé van szükség később) hogy így a többit jobban megértsék, vagy mindenre szükség van és így csak alapszinten, de mindet kell érinteni.

Üdv.:
Zámbó Csilla

Date: Thu, 11 May 2017 16:35:56 +0200
From: Éva Kiss <evica9207@gmail.com>
To: Csaba Szabo <csaba@cs.elte.hu>
Cc: Kovács Veronika <vera.kovacs21@gmail.com>
Subject: Re: ütemterv

Kedves Mindenki!
Igen, tényleg nagyon sok ez így. Az első órából szerintem elhagyható a párhuzamos és a középpontos vetítés, a 6. óráról a középponti szög, a radián, az ív, a terület (ezzel sokat foglalkozunk a középponti/kerületi szögeknél 10-ben), a 8. óráról pedig a vektorműveletek, hiszen 10-ben ez is részletesen előkerül. Így kb 1-1,5 órát nyernénk, amit akár egy témaközi ismétlő órává lehetne alakítani.
Bármilyen ötletet/észrevételt/javaslatot szívesen fogadok.

Köszönöm mindenkinek a sok munkáját!

Üdvözlettel: Éva

Zámbó Csilla <csilla95@gmail.com> 2017. máj. 11. 18:07

címzett: Csaba; én; anna

Egy dolog ötlött fel bennem ezekkel a kihagyásokkal kapcsolatban. Hogy engem pont hogy nagyon motivált általában, sőr, szerintem advance organizerként szolgált (bár akkor még ez nyilván nem tudatosult), mikor egy-egy dologról meséltek egy picit, aztán mondták, hogy persze erről később részletesebben is lesz szó. Jó volt, mert amikor meséltek, még nem kellett számolnom, feladatokat megoldanom vele, csak érdekesség volt - aztán meg mikor már komolyan vettük elő, ismerős volt és nem féltem tőle, így könnyebben ment. Most ha kivesszük azokat, amiket Évi írt, akkor pont ezektől a kvázi-advance organizerektől fosztjuk meg őket, persze az aktuális törzsanyag kedvéért, ami szintén fontos. Nagyon nehéz kérdés. (Kivéve a vetítéseket, azokat talán tényleg el lehet hagyni gond nélkül9

...

Csaba Szabo <csaba@cs.elte.hu> 2017. máj. 11. 18:31

címzett: vera.kovacs21; evica9207; Zámbó; én; anna

Szerintem ezt a bizniszt levelezzük ebben a körben. A lényeg: Évike 1-2
mondattal utalhatna rá, hogy itt ez-az kimarad, (cinkosan esetleg, hogy
pedig anyag lenne), és olyat is, hogy ....és majd ennek kapcsán jönnek a
vektorok, amivel ...

Mit gondolnak?

Szabó Csaba

Zámbó Csilla <csilla95@gmail.com> 2017. máj. 11., Cs 18:35

címzett: Csaba; én; anna; Kovács; evica9207

Ez nekem szimpatikus arany középút lenne. :)

...

Éva Kiss <evica9207@gmail.com> 2017. máj. 11., Cs 18:37

címzett: Zámbó; Csaba; én; anna; Kovács

Nekem is nagyon tetszik. Köszönöm az ötletet.
Már csak attól félek, hogy Vera mit fog íratni. Elvégre a témazárójának is meg kell felelnünk.

...

Csaba Szabo <csaba@cs.elte.hu> 2017. máj. 11., Cs 18:41

címzett: Éva; Zámbó; én; anna; Kovács

Kicsit módosul a helyzet az óraszámkülönbség miatt, de az kéne, hogy
IDŐBEN egyeztetni ezen a listán keresztül a dolgozatfeladatokat. Attól,
hogy kevesebb az óraszám, még ha jól értem a tanterv ugyanaz. vagya nem?

Janka Szeibert <jakacsa@gmail.com> 2017. máj. 11. 20:52

címzett: Csaba; anna; Éva; Kovács; Zámbó

Pont hogy kimaradnak Évinél anyagrészek...
Pl ha Vera tesz bele vektoros feladatot az nem buli. Vagy:
Jól el kell különíteni azokat a fekadatokat és azokat nem beleszámítani. De akkor már változnak eléggé a körülmények...

...

Csaba Szabo <csaba@cs.elte.hu> 2017. máj. 11. 21:54

címzett: én; anna; Éva; Kovács; Zámbó

Ezt jól végig kell gondolni.
Mi számít eredménynek itt és mi nem.

Valószínűleg 2 választásunk van:

1. Vera betesz egy olyan feladatot is, ami Évikénél nincs

2. Vera nem kér számon minden egyes részletet, és egyformát íratnak.
Egyáltalán nem kell mindent számon kérni, sőt.

anna muzsnay <annamuzsnay@gmail.com> 2017. máj. 11., Cs 23:51

címzett: Csaba; én; Éva; Zámbó; Kovács

Én most úgy látom, hogy a 2. szimpatikusabb, de még gyűjtöm az érveket, ellenérveket.

...

Janka Szeibert <jakacsa@gmail.com> 2017. máj. 12., P 8:21

címzett: anna; Éva; Kovács; Csilla; Csaba

Jó reggelt mindenkinek!!

Szerintem is a második verzió a jobb. Csak.. Verának nem szabad tudnia mit nem fog számonkérni. Mert akkor a több idejében ráfókuszálhat azokra, amik a dolgozatban lesznek.
Lehet hogy az a jobb, ha a dolgozatot a legeslegvégén állítják össze.

Itt a jóidő!!!! :)

Éva Kiss <evica9207@gmail.com> 2017. máj. 12. 8:34

címzett: én; anna; Kovács; Csilla; Csaba

Jó reggelt! :)

Nekem is a Tanár Úr második ötlete tetszik. Nagyon köszönöm az ötleteket.
Úgy gondolom, hogy a fent általam írt kimaradó részek nem is közvetlen ehhez a témához kapcsolódnak. Ezek nélkül nyertünk legalább egy órát. Ma is átnéztem a naptárt, és ha minden kötél szakad, 06. 09-én (az utolsó matematika órán az évben), amikor a kiosztást terveztem, akkor még ott van egy matematika óra. a dolgozat kiosztása meg a rákövetkező héten, valakivel órát cserélve (ott már úgysem tanulnak) megoldható. Ezzel összesen két órát is nyernénk, amivel már szerintem teljesíthető a redukált tanmenet. Ezeknek az anyagoknak a nagy részét már tanulták 7. osztályban, tehát jórészt ismétlés lesz a geometriának ezen része. 7-esként végigszerkesztették velük az összes transzformációt is. Az is elképzelhető, hogy mi itt már egyáltalán nem szerkesztünk, csak elméleti szinten. Ezzel még több idő marad a feladatokra. Az órák elején kb. 10-15 percben elmondom a definíciókat, és marad legalább 20 percünk gyakorolni, ami nem két feladat, hanem inkább 3-4. Elégnek kell lennie.

Szép napot Mindenkinek!

Üdv.: Éva

Zámbó Csilla <csilla95@gmail.com> 2017. máj. 14., V 10:47

címzett: Éva; én; anna; Kovács; Csaba

Kedves mindenki!

Én is a 2. verzióra szavazok. Az jó, ha már nem teljesen új a gyerekeknek, bár az elméletben szerkesztés meg eggyel feljebbi absztrakciós szinten van az én fejemben, de talán gyorsabbnak gyorsabb. Lefáradni viszont le fognak tőle, és az meg az óra további részének hatásfokát csökkenti. Vagy ez hülyeség?

Az a baj, hogy nehéz úgy gondolkozni, hogy fogalmam sincs azokról a gyerekekről.

Mindenesetre az jó, hogy tudunk órát nyerni, csak ügyesen kell kihasználni.
Üdv.:
Csilla

...

Kovács Veronika <vera.kovacs21@gmail.com> 2017. máj. 17., Sze 22:22

címzett: Csilla; Csaba; én; anna; Éva

Sziasztok!

Köszönjük a sok segítséget!
Lassan nekem is kezd összeállni az egész, tök jó lenne Évivel összeülni, megbeszélni :) majd kereslek külön!

Efficiency of test-enhanced learning in teaching elementary geometry

Eötvös Loránd University Faculty of Science,
Department of Algebra and Number Theory, 1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C
Csilla Gyöngyvér ZÁMBÓ, Anna MUZSNAY, Janka SZEIBERT, Csaba SZABÓ
e-mail: csilla95@gmail.com csaba@cs.elte.hu
annamuzsnay@gmail.com szeibert.janka@gmail.com

42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education

Motivation

In a recent review of studies on the intrinsic effect of testing, Roediger and Karpicke provided evidence that testing students on studied material results in improved retention of that material compared with spending an equivalent amount of time restudying the material. In their experiment, students studied prose passages and took three immediate free-recall tests, without feedback, or restudied the material the same number of times as the students who received tests. Students then took a final retention test 5 min, 2 days, or 1 week later.

	3x read	1x read , 2x tested
5 min later	80%	75%
2 days later	55%	70%
1 week later	40%	55%

Question: what is the effect of retrieval leraning in mathematics classes in highschool compared to
a) pupils with the same skills and
b) elite highschool students of high abilities.

Before:	Now:
• Laboratory	• **Real life**
• Psychology students	• **Grade 9 pupils (highschool)**
• Text/foreign words memorizing	• **Mathematics lessons**

Our hypotheses: retrieval effect already has its benefits at grade 9: students who study in a retrieval-enhanced way will perform better in comparison with previous results of themselves and other 9th graders of the same school and will perform similarly to students of an elite secondary school, who learn on the standard way.

Our Experiment is a real life experiment.

Topics - Elementary geometry:

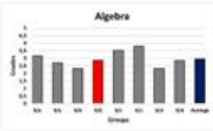
Arcs, sections of circles, arclength
Geometric transformations
Symmetric quadrangles
Regular polygons
Vectors

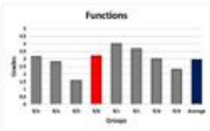
Test at the end of each lesson:

- From the material learnt the same day
- 2 questions: 1 theoretical, 1 practical
- Grading: 1 point each question
- The score counts in the final grade

In the original plan we wanted the pupils to submit the solution of a geometry problem to the teacher by email on the weekends, before Sunday evening. Most pupils did it on the first week. From the second week almost nobody did it. Several efforts of the teacher failed to have them to do the extra homework.

Control group form the same school





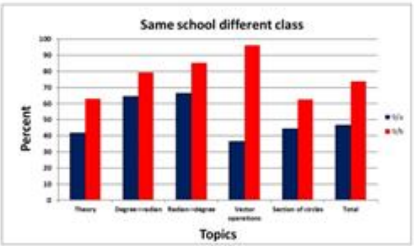
The two diagrams show the performance of the grade 9 study groups on two topics before the experiment. Our experimental group scored almost exactly as the average at the school and very similarly to the group 9/a.

Control group from an elite school

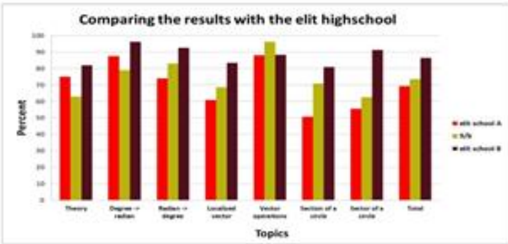
Experimental group	Control groups
• One group from 9 b.	• 9.c and 9.e classes (same teacher)
• 9 students	• 16, 18 students
• 3 lessons/week, 3-4 weeks	• 4 lessons/week, 4-5 weeks
• Total: 11 lessons	• Total: 19, 16 lessons
• Vocational school	• Grammar school
• Socially handicapped students (2016 National Survey of Competences)	• Elite school (Top 10 in national ranking in 2017)

Group 9/b and the elite school the same test of the level of the elite class.

Group 9/a wrote an easier test of their on level of the same topic.



The percentage of the score of study groups 9/a and the experimental study group 9/b. The red colomns denote the scores of the experimental group. Group 9/a had one less problem in the test. Their test was simpler, adjusted to the level of the vocational school.



The percentage of the score of study groups of the elite highschool and the experimental study group 9/b. The middle colomns denote the scores of the experimental group. The three groups wrote the same test of the level of the elite class. The pupils of the experimental group and of the elite highschool achieved the same result.

The conference participation was subsidised by the Talented Student Program of Eötvös Loránd University, Budapest, the Természettudományos Oktatásért Szabó Szabolcs Emlékére Alapítvány, the Új Nemzeti Kiválóság Program, and by the Pázmány-Eötvös Természettudományi Információs Alapítvány.